
BACHELORARBEIT

Christian Hartl

**Erstellung einer Methode zur
Parameteridentifikation für
Kurven, die durch Messwerte
gegeben sind, verifiziert am
Beispiel der Kurven für die
Federkraft und die
Beschleunigung am Ventiltrieb
eines Verbrennungsmotors**

2012

BACHELORARBEIT

Erstellung einer Methode zur Parameteridentifikation für Kurven, die durch Messwerte gegeben sind, verifiziert am Beispiel der Kurven für die Federkraft und die Beschleunigung am Ventiltrieb eines Verbrennungsmotors

Autor:

Christian Hartl

Studiengang:

Angewandte Mathematik

Erstprüfer:

Prof. Dr. Cordula Bernert

Zweitprüfer:

M.Sc. Dipl. Math.(FH) Steffen Kux

Mittweida, 2012

Bibliografische Angaben

Hartl, Christian: Erstellung einer Methode zur Parameteridentifikation für Kurven, die durch Messwerte gegeben sind, verifiziert am Beispiel der Kurven für die Federkraft und die Beschleunigung am Ventiltrieb eines Verbrennungsmotors, 67 Seiten, 32 Abbildungen, Hochschule Mittweida (FH), Fakultät Mathematik/Naturwissenschaften/Informatik

Bachelorarbeit, 2012

Danksagung

Bei der Erstellung der vorliegenden Arbeit bekam ich von verschiedenen Seiten Unterstützung. Zuerst geht ein außerordentlicher Dank an meine Professorin Cordula Bernert, die mir in theoretischen Fragen immer mit Rat und Tat zur Seite stand und im Gesamten meine Arbeit aufopferungsvoll begleitete. Ein großer Dank geht auch an M.Sc. Steffen Kux, meinen Betreuer bei der IAV, der meine Arbeit mit viel Sachverstand begleitete und stets Tipps zur praktischen Umsetzung der Inhalte meiner Arbeit bereit hatte. Des Weiteren möchte ich Johannes Schlenzig danken, der mir mit seinem Fachwissen zur Java-Programmierung so manchen Tag rettete. Ein besonderer Dank geht an meine Familie die immer für mich da war. Zum Schluss möchte ich noch der Liebe meines Lebens danken, dass sie immer da ist und ich jederzeit auf sie zählen kann.

I. Inhaltsverzeichnis

Inhaltsverzeichnis	I
Abbildungsverzeichnis	II
Tabellenverzeichnis	III
Symbolverzeichnis	IV
1 Einleitung	1
1.1 Motivation	1
1.2 Mathematische Beschreibung des Problems	2
1.3 Ausgangspunkt	2
1.4 Aufgabenstellung	4
2 Grundlagen	5
2.1 Theoretische Grundlagen	5
2.1.1 Grundlegende Begriffe	5
2.1.2 Der Raum $\mathbb{L}_2[a, b]$	8
2.1.3 Fouriertransformation	12
2.1.4 Die Heisenbergsche Unschärferelation	13
2.1.5 Fenster-Fouriertransformation	14
2.1.6 Wavelettransformation	16
2.1.7 Diskrete Integraltransformationen	17
2.2 Grundlagen der Optimierung	19
2.2.1 Grundlegende Begriffe	19
2.2.2 Übersicht Optimierungsverfahren	21
3 Methodik	23
3.1 Bewertungskriterien	23
3.2 Einfache Testfunktion	25
3.3 Rauschen in der Testfunktion	30
3.4 Zusammengesetzte Testfunktion	31
3.5 Federkraftfunktion	35
3.6 Beschleunigungsfunktion	37
3.7 Zusammenfassung	42
4 Automatisierter Modellabgleich	43
4.1 Technische Grundlagen des Ventiltriebs	43
4.2 Simulationsprogramm „VENTIL“	46
4.3 Optimierungsprogramm „UNO“	46
4.4 Bearbeitung des Treiber	47
4.5 RQS-File	48
4.6 Modellabgleich	49
4.6.1 Abgleich der Federkraftfunktion (Auslass 5000 rpm)	50

4.6.2	Abgleich der Federkraftfunktionen (Auslass 5000, 6000, 6590 und 7000 rpm)	51
4.6.3	Abgleich der Beschleunigungsfunktion (Auslass 5000 rpm)	52
4.6.4	Abgleich der Beschleunigungsfunktionen (Auslass 5000, 6000 rpm)	56
4.7	Auswertung	56
5	Ausblick	59
Anhang		61
A	Fensterfunktionen	61
B	Parameterlisten für Optimierung der Federkraftfunktion	63
	Literaturverzeichnis	65

II. Abbildungsverzeichnis

1.1	Schematischer Ablauf der Optimierung	3
2.1	Chirpsignal	15
2.2	Fourier-Frequenzspektrum eines einfachen Chirpsignals	15
2.3	Fenster-Fourier-Frequenzspektrum eines einfachen Chirpsignals	16
2.4	Ergebnismenge und Paretofront für eine Minimierung mit zwei Zielen	20
2.5	Übersicht Optimierungsverfahren	21
3.1	Verschobene Sinusfunktionen	25
3.2	Horizontal gestreckte Sinusfunktionen	27
3.3	Vertikal gestauchte Sinusfunktionen	28
3.4	Sinusfunktion mit Rauschen	30
3.5	Zusammengesetzte Funktion	32
3.6	Simulationen zur Federkraftfunktion	35
3.7	Simulationen zur Beschleunigungsfunktion	37
3.8	Simulierte Referenzfunktion	39
3.9	Phasenverschobene Referenzfunktion	39
3.10	Fenster-Fourierspektrum der Referenzfunktion	40
3.11	Fenster-Fourierspektrum der phasenverschobenen Referenzfunktion	40
3.12	Differenzplot der Referenzfunktion und der phasenverschobenen Referenzfunktion	41
4.1	Aufbau eines Ventiltriebs	43
4.2	Ventilfunktionen	44
4.3	Schematischer Ablauf der Zusammenarbeit	47
4.4	Schematischer Ablauf der Fenster-Fouriertransformation	47
4.5	Schematischer Ablauf der Wavelettransformation	48
4.6	1. Optimierung der Federkraftfunktion mit 30 Fourierkoeffizienten	50
4.7	2. Optimierung der Federkraftfunktion mit 100 Fourierkoeffizienten	51
4.8	Optimierung der Federkraftfunktion für 4 Drehzahlen mittels Wavelettransformation	52

4.9	1. Optimierung der Beschleunigungsfunktion mittels Wavelettransformation	53
4.10	2. Optimierung der Beschleunigungsfunktion mittels Wavelettransformation	53
4.11	Optimierung der phasenverschobenen Referenzfunktion	54
4.12	3. Optimierung der Beschleunigungsfunktion mittels Fenster-Fouriertransformation .	55
4.13	4. Optimierung der Beschleunigungsfunktion mittels Fenster-Fouriertransformation .	55
4.14	Optimierung der Federkraftfunktion für 4 Drehzahlen mittels Wavelettransformation .	56

III. Tabellenverzeichnis

3.1	Parameterliste	24
3.2	Bewertungskriterien für verschobene Sinusfunktionen	26
3.3	Bewertungskriterien für horizontal gestreckte Sinusfunktionen	27
3.4	Bewertungskriterien für vertikal gestauchte Sinusfunktionen	28
3.5	Bewertungskriterien für verrauschte Sinusfunktionen	31
3.6	Bewertungskriterien für die zusammengesetzte Funktion	34
3.7	Bewertungskriterien für die Federkraftfunktion	36
3.8	Bewertungskriterien für die Beschleunigungsfunktion	38
4.1	Parameterliste Federkraftkurve	46
4.2	Parameterliste Beschleunigungskurve	46
4.3	Parameterliste RQS-File	49
4.4	Beispiel Parameterliste RQS-File	49
4.5	Parameterliste Federkraftfunktion mit 30 Fourierkoeffizienten	50
4.6	Parameterliste Federkraftfunktion mit 100 Fourierkoeffizienten	51
4.7	Parameterliste Federkraftfunktion mit 1600 Waveletkoeffizienten	52
B.1	Parameterliste verschiedener Simulationen mit 30 Fourierkoeffizienten	63

IV. Symbolverzeichnis

\vec{f}_m	m-ter Messvektor
\vec{g}_m	m-ter Simulationsvektor
\vec{p}	Parametervektor
\vec{p}^*	optimaler Parametervektor
$p_j^{(U)}$	untere Grenze der j-ten Parameters
$p_j^{(O)}$	obere Grenze der j-ten Parameters
B_i	i-tes Bewertungskriterium
z_m	m-te Zielfunktion
k_l	l-ter Transformationskoeffizient der Messung
\hat{k}_l	l-ter Transformationskoeffizient der Simulation
\mathbb{R}	Bereich der reellen Zahlen
\mathbb{C}	Bereich der komplexen Zahlen
\mathbb{K}	Körper der komplexen Zahlen
\mathbb{H}	Hilbertraum
(L)	Lebeque Integral
\mathbb{L}_1	Raum der summierbaren Funktionen
\mathbb{L}_2	Raum der quadratisch summierbaren Funktionen
$\mathbb{C}[a, b]$	Raum der über dem Intervall $[a, b]$ stetigen Funktionen

1 Einleitung

1.1 Motivation

In verschiedenen technischen Bereichen besteht das Streben die ablaufenden Vorgänge stets weiter zu optimieren. Für die Verbesserung solcher technischer Vorgänge ist ein genaues Verständnis dieser notwendig. Ihr Verhalten kann durch Messungen veranschaulicht werden, jedoch geben diese nicht immer Aufschluss, welchen Einfluss die zugehörigen Parameter haben.

Simulationsmodelle bieten eine Möglichkeit, den Zusammenhang zwischen Verhalten und Parametern herzustellen. Mithilfe eines Abgleichs zwischen Messung und Simulationsmodell ist es möglich, die Werte der zugehörigen Parameter zu identifizieren. Einen solchen Abgleich manuell durchzuführen ist in vielen Fällen sehr zeitaufwendig. Des Weiteren wird ein detailliertes Wissen über den Vorgang benötigt, da Vorhersagen getroffen werden müssen, wie sich Änderungen der Parameter, innerhalb des Simulationsmodells, auswirken. Dennoch wiederholen sich einige Schritte immer wieder, so dass durch eine Automatisierung dieser der Zeitaufwand wesentlich gesenkt werden kann.

An dieser Stelle setzt nun die vorliegende Arbeit an. Es soll eine Methodik entwickelt werden, mit der ein automatisierter Abgleich zwischen Messung und Simulation möglich ist.

1.2 Mathematische Beschreibung des Problems

Als Ausgangspunkt sind Messdatenvektoren $\vec{f}_m \in \mathbb{R}^n$; $1 \leq m \leq M$ für M verschiedene Kurven eines technischen Vorganges gegeben.

Für den Verlauf der Kurven sind J Parameter p_j entscheidend, die in dem Parametervektor $\vec{p} \in \mathbb{R}^J$ zusammengefasst sind. Die Werte der Parameter sind beschränkt:

$$p_j^{(U)} \leq p_j \leq p_j^{(O)} \quad j = 1, 2, \dots, J$$

Weiter ist eine Simulationsmethode gegeben, die durch Vorgabe eines Parametervektors $\vec{p} \in \mathbb{R}^J$ das Verhalten der Messung nachbilden kann und einen Simulationsvektor $\vec{g}_m \in \mathbb{R}^n$ liefert, der die Werte der simulierten Kurven an den Messstellen enthält.

Das Problem besteht nun darin, eine Methode zu entwickeln, den Parametervektor \vec{p}^* zu finden, bei dem die Simulationen $\{\vec{g}_m\}_{m=1}^M$ den Messdaten $\{\vec{f}_m\}_{m=1}^M$ am nächsten kommen.

Zur Lösung dieser Aufgabe sind drei Schritte notwendig:

- Erstens muss eine Form gefunden werden, in der die beiden Kurven der Messung und der Simulation verglichen werden können.
- Zweitens wird ein Bewertungskriterium $B = B(\vec{f}_m, \vec{g}_i(\vec{p}))$ für den Abstand von Messung und Simulation benötigt.
- Drittens wird über eine Optimierung des Bewertungskriteriums die beste Lösung ermittelt:

$$z_m = B(\vec{f}_m, \vec{g}_m(\vec{p})) \rightarrow \min \quad m = 1, 2, \dots, M \quad (1.1)$$

mit den Restriktionen für die Parameter p_j :

$$p_j^{(U)} \leq p_j \leq p_j^{(O)} \quad j = 1, 2, \dots, J \quad (1.2)$$

1.3 Ausgangspunkt

Zu Beginn der Bearbeitung des Themas waren in der IAV GmbH bereits Untersuchungen zu diesem Gegenstand vorhanden. Den Ausgangspunkt dieser Arbeit stellt ein manueller Abgleich von Funktionen des Ventiltriebs dar. Dazu wurden in einem Simulationsprogramm für die Ventiltriebskurven Schritt für Schritt die Parameter solange verändert, bis „augenscheinlich“ eine gute Näherung gefunden war.

In früheren IAV-internen Untersuchungen wurde auch schon ein automatisierter Abgleich für eine spezifische Anwendung durchgeführt, der aber nicht auf allgemeine Probleme abstrahiert werden konnte.

Zu diesem Zweck existierte bereits eine Schnittstelle zwischen dem Optimierungs- und dem Simulationsprogramm. Der Ablauf einer solchen Optimierung gestaltete sich wie folgt:

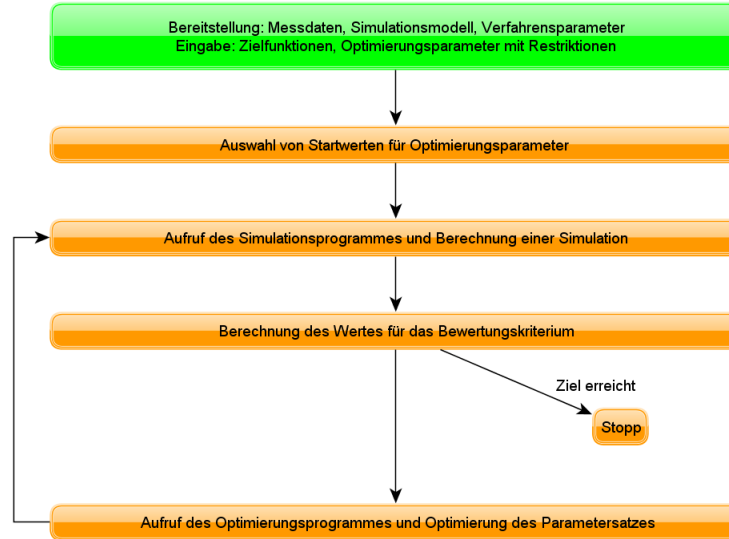


Abb. 1.1: Schematischer Ablauf der Optimierung

Zuerst wurde mit folgenden Zielfunktionen gearbeitet:

$$z_m = \sqrt{\sum_{i=0}^n (\vec{f}_{m,i} - \vec{g}_{m,i}(\vec{p}))^2} \rightarrow \min \quad (1.3)$$

$$m = 1, \dots, M.$$

Das entspricht einer direkten Minimierung der Differenzen der Funktionswerte. Des Weiteren wurde eine Optimierung über die Fourierkoeffizienten $k_l(\vec{f}_m)$, $\hat{k}_l(\vec{g}_m(\vec{p}))$ der diskretisierten Kurvenfunktionen \vec{f}_m und \vec{g}_m versucht und mit der Zielfunktion:

$$\hat{z}_m = \sqrt{\sum_{l=0}^L (k_l(\vec{f}_m) - \hat{k}_l(\vec{g}_m(\vec{p})))^2} \rightarrow \min \quad (1.4)$$

$$m = 1, \dots, M.$$

gearbeitet. In beiden Fällen gelten die Restriktionen (1.2) für den Parametervektor \vec{p} . Die Optimierungen mit den beiden Zielfunktionen (1.3) und (1.4) ergaben jedoch nicht für alle Anwendungen zufriedenstellende Ergebnisse.

1.4 Aufgabenstellung

Ziel der Arbeit ist es deshalb,

1. zu untersuchen, ob mit anderen Integraltransformationen die Optimierung der Zielfunktion (1.4) verbessert werden kann und
2. das automatisierte Abgleichverfahren so weiterzuentwickeln, dass es die Verbesserungen aus 1. enthält.

Als Integraltransformationen werden die Fenster-Fouriertransformation und die Wavelettransformation in Betracht gezogen.

Damit ergeben sich folgende Teilaufgaben.

1. Implementierung der Fenster-Fouriertransformationen und Anpassung der in der IAV-Programmbibliothek vorhandenen Wavelettransformation
2. Überprüfung der Transformationen auf Eignung für dieses Problem
3. Untersuchung des Bewertungskriteriums (1.4) auf Eignung beim Einsatz für verschiedene Funktionen
4. Komplettierung des automatisierten Abgleichverfahrens
5. Test des Modellabgleiches an realen Messwerten für einen Ventiltrieb eines Verbrennungsmotors

Als Ergebnis wird eine Methode angestrebt, die automatisch für gegebene Messdatenvektoren eine optimale Parameteridentifikation durchführt, wobei die Simulationmethode für den jeweiligen Vorgang und die Wertebereiche der zu optimierenden Parameter bekannt sein müssen.

2 Grundlagen

2.1 Theoretische Grundlagen

An dieser Stelle werden einige grundlegende Definitionen vorgestellt, die für das Verständnis der Bewertungskriterien nötig sind. Es werden die Integraltransformationen und die Heisenbergsche Unschärferelation kurz vorgestellt, da diese relevant für die Methode sind. Den folgenden Abschnitten liegen die Literaturstellen [Bernert (2010)], [Forster und Wehler (2000)] und [Heuser (2006)] zugrunde.

2.1.1 Grundlegende Begriffe

Die Problemstellung aus (1.2) ist im mathematischen Sinn bereits die Diskretisierung des analytischen Problems „Finde den Parametervektor \vec{p}^* , bei dem die Messwertfunktionen \vec{f}_m und die Simulationsfunktion \vec{g}_m sich am Ähnlichsten sind“. Insofern ist bei der mathematischen Betrachtung von Funktionenräumen auszugehen. Kernstücke der Methode sind das Kriterium zur Bewertung der „Ähnlichkeit“ zweier Funktionen und die Bestimmung der bestapproximierenden Näherungsfunktion zu einer gegebenen Funktion.

Die Bestimmung des Abstandes zweier Funktionen setzt mindestens einen metrischen Raum, besser jedoch einen normierten Raum voraus. Der Abstand von 2 Elementen daraus kann dann über die Metrik bzw. Norm berechnet werden.

Metrischer Raum

Definition 2.1

Es sei \mathbb{X} eine nichtleere Menge. Wenn je zwei Elementen $x, y \in \mathbb{X}$ eine reelle Zahl $d(x, y)$ zugeordnet werden kann, so dass gilt:

1. $d(x, y) \geq 0 \quad \wedge \quad d(x, y) = 0 \Leftrightarrow x = y$
2. $d(x, y) = d(y, x) \quad \forall x, y \in \mathbb{X}$
3. $d(x, y) \leq d(x, z) + d(z, y) \quad \forall x, y \in \mathbb{X},$

so heißt \mathbb{X} **metrischer Raum** und $d(x, y)$ **Abstandsfunktion** oder **Metrik** in \mathbb{X} . Die Metrik ist eine stetige Funktion.

Lineare normierte Räume

Definition 2.2

Ein **linearer Raum** über einem Körper \mathbb{K} ist eine nichtleere Menge \mathbb{X} mit

- (A) einer Vorschrift, die jedem Paar $x, y \in \mathbb{X}$ genau ein Element $x + y \in \mathbb{X}$ zuordnet (Addition),
- (M) einer Vorschrift, die jedem Paar $\lambda \in \mathbb{K}, x \in \mathbb{X}$ genau ein Element $\lambda x \in \mathbb{X}$ zuordnet (Multiplikation),

so dass die folgenden Regeln für beliebige Elemente $x, y, z \in \mathbb{X}$ und Zahlen $\lambda, \mu \in \mathbb{K}$ gelten:

- (A1) $x + (y + z) = (x + y) + z$
- (A2) $x + y = y + x$
- (A3) Es existiert genau ein Element $\mathbf{0} \in \mathbb{X}$ mit $x + \mathbf{0} = x$.
- (A4) Es existiert genau ein Element $(-x) \in \mathbb{X}$ mit $x + (-x) = \mathbf{0}$.
- (M1) $(\lambda + \mu)x = \lambda x + \mu x$
- (M2) $\lambda(x + y) = \lambda x + \lambda y$
- (M3) $(\lambda \mu)x = \lambda(\mu x)$
- (M4) $\mathbf{1}x = x$ mit $\mathbf{1} \in \mathbb{K}$

Definition 2.3

Ein linearer Raum \mathbb{V} über dem Körper \mathbb{K} , in dem jedem $x \in \mathbb{V}$ eine reelle Zahl $\|x\|$, die **Norm** von x , zugeordnet ist, heißt **linearer normierter Raum**, wenn gilt:

1. $\|x\| \geq 0 \quad \wedge \quad \|x\| = 0 \Leftrightarrow x = \mathbf{0}$
2. $\|\lambda x\| = |\lambda| \|x\|$
3. $\|x + y\| \leq \|x\| + \|y\|$

Bemerkung 2.4

In einem linearen normierten Raum kann die durch die Norm induzierte Metrik (kanonische Metrik) gemäß $d(x, y) = \|x - y\| \quad \forall x, y \in \mathbb{V}$ eingeführt werden. Damit ist jeder lineare normierte Raum stets ein metrischer Raum.

Wie aus den Definitionen ersichtlich ist, sind Metrik und Norm nicht eindeutig bestimmt, besitzen aber untereinander Verknüpfungen, so dass ihre genaue Festlegung nicht unabhängig voneinander erfolgen kann.

Erstrebenswert ist die Vollständigkeit der betrachteten Räume, d.h. dass jede Cauchyfolge aus \mathbb{X} gegen ein Element aus \mathbb{X} konvergiert.

Definition 2.5

Eine Folge $\{x_n\}_{n=1}^{\infty} \subset \mathbb{X}$ heißt **Cauchyfolge**, wenn

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists n_0(\varepsilon) \quad | \quad d(x_n, x_m) < \varepsilon \quad \forall n, m > n_0(\varepsilon) \quad \text{d.h.} \quad \lim_{n, m \rightarrow \infty} d(x_n, x_m) = 0$$

Funktionsräume sind unendlichdimensional. Bei der numerische Berechnung können auf dem Computer nur Unterräume endlicher Dimension verarbeitet werden. Falls eine mögliche Lösung nicht in diesen Unterräumen liegt, ist sie damit auf dem Computer nicht berechenbar. Die Vollständigkeit von \mathbb{X} sichert dann, dass bei Erhöhung der Dimension des Unterraumes eine Folge von Näherungslösungen entsteht, die gegen ein Element des Gesamtraumes konvergiert und man bei richtiger Wahl der Unterräume beliebig nahe an die exakte Lösung herankommen kann. Die passenden Räume dafür sind die Banach-Räume bzw. die Hilbert-Räume.

Definition 2.6

Ein linearer normierter Raum, der bezüglich seiner kanonischen Metrik $d(x, y) = \|x - y\|$ vollständig ist, heißt **Banach-Raum**.

Im Hilbertraum kann mittels des Skalarproduktes festgestellt werden, welche Lagebeziehung zwischen zwei Elementen besteht.

Definition 2.7

\mathbb{H} sei ein linearer Raum über dem Körper \mathbb{K} . Jedem Paar $x, y \in \mathbb{H}$ wird eine Zahl $\langle x, y \rangle \in \mathbb{K}$ mit folgenden Eigenschaften zugeordnet

1. $\langle x, x \rangle \geq 0 \quad \wedge \quad \langle x, x \rangle = 0 \Leftrightarrow x = 0$
2. $\langle x, y \rangle = \overline{\langle y, x \rangle}$
3. $\langle \alpha x + \beta y, z \rangle = \alpha \langle x, z \rangle + \beta \langle y, z \rangle \quad \forall x, y, z \in \mathbb{X} \text{ und } \forall \alpha, \beta \in \mathbb{K}$

Dann heißt $\langle y, z \rangle$ **inneres** oder **skalares Produkt** von x und y .

Ein linearer Raum \mathbb{H} über einem Körper \mathbb{K} mit dem inneren Produkt $\langle x, y \rangle \in \mathbb{K}$ heißt **Prä-Hilbert-Raum**.

Satz 2.8

Jeder Prä-Hilbert-Raum ist bezüglich der durch das Skalarprodukt induzierten Norm $\|x\| = \sqrt{\langle x, x \rangle} \quad \forall x \in \mathbb{H}$ ein normierter Raum.

Definition 2.9

Ein Prä-Hilbert-Raum heißt **Hilbert-Raum**, wenn er bezüglich der durch die Norm induzierten Metrik $d(x, y) = \|x - y\|$ vollständig ist.

Im Hilbert-Raum kann mittels des Skalarproduktes festgestellt werden, wann zwei Elemente orthogonal zueinander stehen.

Definition 2.10

\mathbb{H} sei ein Hilbert-Raum. Die Elemente $u, v \in \mathbb{H}$ heißen genau dann **orthogonal** zueinander (in Zeichen $u \perp v$), wenn gilt $\langle u, v \rangle = 0$.

Damit ist es möglich, Orthogonal- bzw. Orthonormalbasen einzuführen.

Definition 2.11

\mathbb{H} sei ein Hilbert-Raum. Ein **Orthonormalsystem** $\{e_i\}_{i=1}^\infty \subset \mathbb{H}$ liegt vor, wenn gilt

$$\langle e_i, e_k \rangle = \delta_{ik} = \begin{cases} 1 & i = k \\ 0 & i \neq k \end{cases}$$

Das Orthonormalsystem heißt abgeschlossen oder vollständig, wenn gilt $\overline{\text{span}\{e_i\}} = \mathbb{H}$.

Aus der technischen Realisierung der betrachteten Funktionen ergibt sich sofort $f \in \mathbb{C}[a, b]$. $\mathbb{C}[a, b]$ ist der Raum der über dem Intervall $[a, b]$ stetigen Funktionen. Bisherige Untersuchungen zu unserem Problem nutzten dort die Maximumnorm $\|f\|_\infty = \max_{t \in [a, b]} |f(t)|$. Allerdings gibt es zu dieser Norm kein passendes Skalarprodukt, so dass der Raum $\mathbb{C}[a, b]$ mit dieser Norm zwar ein Banach-Raum, aber kein Hilbert-Raum ist. Andererseits ist der Raum $\mathbb{C}[a, b]$ bezüglich der Norm $\|f\|_2 = \sqrt{\int_a^b |f(t)|^2 dt}$, zu der das Skalarprodukt $\langle f, h \rangle = \int_a^b f(t)h(t)dt$ eingeführt werden kann, nicht vollständig. Damit gilt $f(t), h(t) \in \mathbb{L}_2[a, b]$.

2.1.2 Der Raum $\mathbb{L}_2[a, b]$

Der Raum $\mathbb{L}_2[a, b]$ sind messbaren Funktionen f über dem Intervall $[a, b]$ für die gilt $(L) \int_a^b |f(t)|^2 dt < \infty$. $\mathbb{L}_2[a, b]$ umfasst den $\mathbb{C}[a, b]$ und ist ein separabler Hilbert-Raum mit dem Skalarprodukt $\langle f, g \rangle = (L) \int_a^b f(t)g(t)dt$.

Definition 2.12

Ein Hilbert-Raum \mathbb{H} heißt **separabel**, wenn \mathbb{H} eine abzählbare Teilmenge $M = \{h_1, h_2, \dots\}$ enthält, die dicht ist in \mathbb{H} , d.h. $\overline{M} = \mathbb{H}$.

Satz 2.13

Ein separabler Hilbert-Raum \mathbb{H} besitzt mindestens ein vollständiges Orthonormalsystem, umgekehrt induziert ein vollständiges Orthonormalsystem einen separablen Hilbert-Raum.

Damit kann in einem separablen Hilbert-Raum $h(t) \in \mathbb{H}$ in der Form

$$h = \sum_{i=1}^{\infty} \alpha_i e_i \quad (2.1)$$

dargestellt werden, wobei die Größen $\alpha_i \in \mathbb{R}$ als Zerlegungskoeffizienten in der Basis $\{e_i\}_{i=1}^{\infty}$ bezeichnet werden. Gilt $\alpha_i = \langle h, e_i \rangle$, so heißt (2.1) Fourierreihe von h .

Als Basis im $\mathbb{L}_2[a, b]$ können unterschiedliche Funktionensysteme benutzt werden, wodurch unterschiedliche Realisierungen des unendlich dimensional separablen Hilbert-Raumes entstehen, die untereinander durch isometrische Abbildungen verknüpft sind:

Definition 2.14

Die separablen Hilbert-Räume $\mathbb{H}_1, \mathbb{H}_2$ heißen **isometrisch**, wenn eine eindeutige Abbildung $F: \mathbb{H}_1 \rightarrow \mathbb{H}_2$ existiert, für die gilt:

$$\begin{aligned} 1. \quad & F(\alpha h_1 + \beta h_2) = \alpha f(h_1) + \beta f(h_2) \\ 2. \quad & \langle h_1, h_2 \rangle = \langle f(h_1), f(h_2) \rangle \quad \forall h_1, h_2 \in \mathbb{H}_1, \forall \alpha, \beta \in \mathbb{C} \end{aligned} \quad (2.2)$$

Ein Basiswechsel kann z.B. durch Integraltransformationen vorgenommen werden. Werden diese Integraltransformationen nur als linearer Operator definiert, d.h. es gilt nur Eigenschaft 1. aus (2.3), ergibt sich höchstens ein konstanter Faktor zwischen $\|h_1\|$ und $\|F(h_1)\|$.

Die Aufgabenstellung verlangt, im $\mathbb{L}_2[a, b]$ das bestapproximierende Element zu einer gegebenen festen Funktion zu finden. In Hilbert-Räumen gilt dazu folgender Satz zu Existenz, Eindeutigkeit und Berechnung des bestapproximierenden Elementes:

Satz 2.15

\mathbb{U} sei ein abgeschlossener Unterraum des Hilbert-Raumes \mathbb{H} und $u \in \mathbb{H}$ beliebig. Dann gilt: Es existiert genau ein $u_0 \in \mathbb{U}$ mit

$$\begin{aligned} a) \quad & \|u - u_0\| = \min_{v \in \mathbb{U}} \|u - v\| \text{ und} \\ b) \quad & \langle u - u_0, v \rangle = 0 \quad \forall v \in \mathbb{U}, \text{ d.h. } (u - u_0) \in \mathbb{U}^\perp. \end{aligned}$$

u_0 heißt bestapproximierendes Element für $u \in \mathbb{H}$ bezüglich des Unterraumes \mathbb{U} .

Betrachten wir nun den auf dem Computer darstellbaren Unterraum U_n , so gilt:

Satz 2.16

Es sei \mathbb{U}_n ein n -dimensionaler Unterraum des Hilbert-Raumes \mathbb{H} und e_1, \dots, e_n eine Basis in \mathbb{U}_n . Das bestapproximierende Element $u_0 \in \mathbb{U}_n$ für ein beliebiges $u \in \mathbb{H}$ kann in der Form

$$u_0 = \sum_{k=1}^n \alpha_k e_k \quad (2.3)$$

dargestellt werden, wobei die Koeffizienten α_k aus dem linearen Gleichungssystem

$$\langle u - u_0, e_i \rangle = \langle u, e_i \rangle - \sum_{k=1}^n \alpha_k \langle e_k, e_i \rangle = 0 \quad i = 1, \dots, n \quad (2.4)$$

eindeutig berechenbar sind.

Folgerung 2.17

Ist e_1, \dots, e_n eine orthogonale Basis in \mathbb{U}_n , d. h. gilt $\langle e_k, e_i \rangle = \delta_{ki} E_i$, so erhält man $\alpha_i = \langle u, e_i \rangle / E_i$ und damit

$$u_0 = \sum_{k=1}^n \frac{\langle u, e_k \rangle}{E_k} e_k. \quad (2.5)$$

Das entspricht dem Anfang einer Fourierreihe, d.h. die Fourierreihe führt zum bestapproximierenden Element.

Die mit den Integraltransformationen berechneten Koeffizienten sind bezüglich der verschiedenen Basen allgemeine Fourierkoeffizienten, so dass damit in den jeweiligen Basen das bestapproximierende Element berechnet wird.

Für die Fourierkoeffizienten $\alpha_i = \langle h, e_i \rangle$ gilt die Besselsche Ungleichung:

$$\sum_{i=1}^{\infty} |\alpha_i|^2 \leq \|h\|^2 \quad (2.6)$$

bzw. bei einem abgeschlossenen Orthonormalsystem die Parsevalsche Gleichung:

$$\sum_{i=1}^{\infty} |\alpha_i|^2 = \|h\|^2. \quad (2.7)$$

Zusammenfassung

Im $\mathbb{L}_2[a, b]$ muss das Bewertungskriterium, welches die „Nähe“ der Ausgangsfunktion f zu der parameteroptimierten Funktion g quantitativ wiedergeben soll, eine Norm $\|g_m - f_m\|$ sein.

Üblicherweise wird mit $\|g_m - f_m\|_2^2 = \langle g_m - f_m, g_m - f_m \rangle = (L) \int_a^b |(g_m(t) - f_m(t))|^2 dt$ gearbeitet. Verlangt der technische Hintergrund eine unterschiedliche Wichtung verschiedener Funktionsbestandteile, darf durch diese Wichtung die Normeigenschaft nicht verloren gehen.

Nun liegt jedoch die zu approximierende Funktion f nur als Messwertevektor und nicht als Funktionsbeschreibung vor. Sämtliche Berechnungen und Räume müssen damit diskretisiert werden und die Verhältnisse im $\mathbb{L}_2[a, b]$ widerspiegeln. Es wird im Weiteren eine Diskretisierung des Definitionsgebietes $[a, b]$ mit der äquidistanten Schrittweite h vorausgesetzt.

Für die Norm im diskretisierten Funktionenraum (Räume der Vektoren \vec{f}_m bzw. \vec{g}_m) ergibt sich damit:

$$\|\vec{g}_m\|_{h,2}^2 = \sum_{i=1}^n |g_{m,i}|^2 h = h \sum_{i=1}^n |g_{m,i}|^2 ; \quad g_{m,i} \text{ Funktionswert an Stelle } i \quad (2.8)$$

vor der Integraltransformation. Die Summe entspricht einer Diskretisierung des Integrals der Norm $\|g\|$ in $\mathbb{L}_2[a, b]$. Nach den Integraltransformationen liegen die Fourierkoeffizienten bezüglich der unterschiedlichen Basen vor, und es kann eine Norm über die Parsevalsche Gleichung im unendlich dimensionalen Raum eingeführt werden, die mit

$$\|\vec{g}_m\|_{h,2}^2 = \sum_{i=1}^n |\alpha_i|^2 \quad (2.9)$$

auf den diskretisierten endlich dimensionalen Raum übertragen werden kann. Diese Norm entspricht der euklidischen Norm im \mathbb{R}^n

Durch

$$s_n = \sum_{i=1}^n \alpha_i e_i ; \quad \alpha_i = \langle g_m, e_i \rangle$$

wird das Element g_m über der endlichen Basis $\{e_i\}_{i=1}^n$ am besten approximiert.

2.1.3 Fouriertransformation

Basis für dieses Kapitel ist die Literatur [Bernert (2011)].

Die Fourierreihe wurde zu Beginn des 19. Jahrhunderts von Jean Baptiste Joseph Fourier für periodischen Funktionen entwickelt. Sie diente als Grundlage für die spätere Fouriertransformation für beliebige Funktionen aus $\mathbb{L}_1(\mathbb{R})$, d.h. $(L) \int_a^b |f(t)| dt < \infty$. Mittels dieser Fourier-Analyse ist es möglich, eine gegebene zeitabhängige Funktion $f(t)$ in ihre Frequenzanteile zu zerlegen. Diese Frequenzbestandteile der Ausgangsfunktion werden in einer neuen frequenzabhängigen Funktion $\hat{f}(\alpha)$ beschrieben. Die Funktion

$$\hat{f}: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}, \quad \alpha \mapsto \hat{f}(\alpha)$$

heißt Fouriertransformierte $F(f(t))$ von $f(t)$ und wird wie folgt berechnet:

$$\hat{f}(\alpha) = F(f(t)) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\mathbb{R}} f(t) e^{-i\alpha t} dt \quad (\text{Analysegleichung})$$

$$\text{mit } f \in \mathbb{L}_1(\mathbb{R})$$

Aus dem so gewonnenen Frequenzspektrum kann die Originalfunktion, das Signal, über die inverse Fouriertransformation zurückgewonnen werden. So gilt für Funktionen

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$$

die folgende Synthesegleichung:

$$f(t) = F^{-1}(\hat{f}(\alpha)) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\mathbb{R}} \hat{f}(\alpha) e^{i\alpha t} d\alpha$$

In der hier angegebenen Form der Analyse- bzw. Synthesegleichung ist die Fouriertransformation für $f, g \in \mathbb{L}_2(\mathbb{R})$ eine Isometrie. Die Faktoren vor den Integralen werden in der Literatur auch anders verteilt, siehe z.B. [Blatter (2003)].

Die Fouriertransformation hat allerdings den Nachteil, dass sie zwar die Frequenzen des Signals aufschlüsselt, jedoch keine Information über deren zeitliche Lokalisierung angibt. Diese qualitative Aussage der Fourier-Analyse leitet sich aus einer Rechenregel der Fouriertransformation ab. Nach dieser entspricht eine Stauchung einer Funktion $f(t)$ im Originalbereich einer Streckung der Funktion $\hat{f}(\alpha)$ im Bildbereich. Somit können die Funktion f und ihre Fouriertransformierte nicht gleichzeitig in einem kleinen Bereich der t - bzw. α -Achse lokalisiert sein. Das ist ein prinzipielles Problem bei allen Integraltransformationen, da die folgende Ungleichung gilt.

2.1.4 Die Heisenbergsche Unschärferelation

Die 1927 von Werner Heisenberg publizierte Unschärferelation (auch Unbestimmtheitsrelation) ist ein Satz der Funktionalanalysis, der in der Quantenmechanik eine wichtige Rolle spielt [Blatter (2003)]. Hier wird diese Ungleichung aus mathematischer Sicht beleuchtet und der Zusammenhang zu den Integraltransformationen dargelegt.

Die Heisenbergsche Unschärferelation liefert eine Quantifizierung der oben genannten Aussage, dass Bild und Urbild der Integraltransformationen nicht gleichermaßen gut lokalisiert werden können.

Satz 2.18 (Blatter (2003))

Für beliebige Funktionen $f \in \mathbb{L}_2(\mathbb{R})$ gilt:

$$\|tf\| \|\alpha\hat{f}\| \geq \frac{1}{2} \|f\|^2. \quad (2.10)$$

Interpretation

Die Größe

$$\|tf\|^2 = \int_{-\infty}^{\infty} t^2 |f(t)|^2 dt$$

entspricht dem zweiten zentralen Moment und ist somit ein Maß für die Ausdehnung des Signals auf der t -Achse. Die Größe

$$\int_{-\infty}^{\infty} \alpha^2 |\hat{f}(\alpha)|^2 d\alpha = \|\alpha\hat{f}\|^2$$

ist somit ein Maß für die Ausbreitung der Fouriertransformierten auf der α -Achse. Mit Hilfe dieser Größen kann nun die Heisenbergsche Unschärferelation folgendermaßen gedeutet werden:

$$\text{„Breite des Signals“} \cdot \text{„Breite des Spektrums“} \geq \frac{1}{2} \|\psi\|^2 = \frac{1}{2}$$

Beide „Breiten“ können folglich nicht gleichermaßen klein werden.

Daraus folgt, dass die Fouriertransformation verändert werden muss oder neue Integraltransformationen benutzt werden müssen, die durch mehr Redundanz und weitere Parameter die gewünschte Information liefern. Hierfür sind zwei Wege möglich:

- die Arbeit mit der Fenster-Fouriertransformation oder der
- Wavelettransformation als neue Integraltransformationen.

2.1.5 Fenster-Fouriertransformation

Bei der Fenster-Fouriertransformation (Short-Time-Fourier-Transformation (STFT)) wird der Definitionsbereich der Ausgangsfunktion in Intervalle, den sogenannten Fenstern, aufgeteilt, in denen dann jeweils eine Fouriertransformation durchgeführt wird. Dazu wird die Analysegleichung aus der Fouriertransformation mit einer Fensterfunktion multipliziert.

$$\hat{f}(\alpha) = F(f(t)) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\mathbb{R}} f(t)w(t_n)e^{-i\alpha t} dt \quad (\text{Analysegleichung})$$

mit $f \in \mathbb{L}_1(\mathbb{R})$

Für die Fensterfunktion $w(t_n)$ können verschiedene Formen gewählt werden. Die einfachste Wahl ist das „Rechteckfenster“, welche innerhalb des Fensters einen Wert von 1 und außerhalb einen Wert 0 aufweist. In dieser Arbeit wird nur die folgende Fensterfunktion verwendet:

$$w(t_n) = 1 - \left| \frac{2t_n}{b} \right| \quad \text{Bartlett-Fenster (Dreieck-Fenster)}$$

$b \triangleq$ Fensterbreite, $t_n \triangleq$ Index des Eingangssignals.

Weitere Fensterfunktionen sind im Anhang zu finden. Die Betrachtung der einzelnen „Fenster“ im Frequenzbereich erlaubt nun eine gewisse Lokalisierung der Frequenzen im Zeitbereich.

Eine Umkehrung der Fenster-Fouriertransformation wird hier nicht weiter betrachtet, weil sie nicht benötigt wird.

Jedoch liegt auch der STFT die Heisenbergsche Unschärferelation zu Grunde. Das heißt, je kleiner die Fenster gewählt werden, desto besser ist zwar die zeitliche Lokalisierung, aber desto schlechter können niedrige Signalfrequenzen erfasst werden. Umgekehrt, je größer das Fenster, desto besser können auch niedrige Frequenzen erfasst werden, allerdings wird eine zeitliche Lokalisierung schwieriger.

Zur Veranschaulichung der Zeitbereichslokalisierung der Fenster-Fouriertransformation wird in Abb. 2.1 das Chirpsignal als Beispiel aufgezeigt.

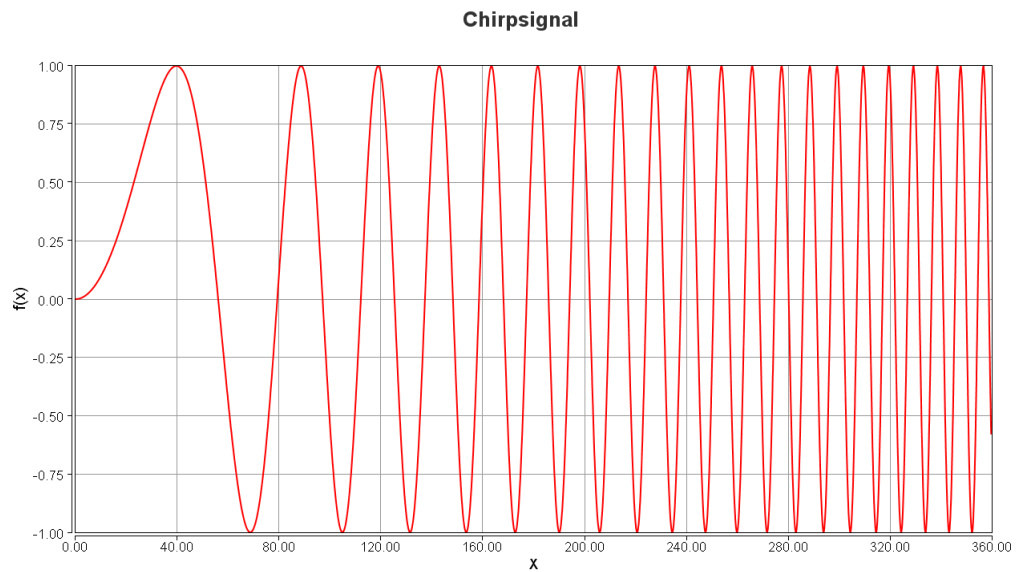


Abb. 2.1: Chirpsignal

Das Fourierspektrum zum Chirpsignal in Abb. 2.2 zeigt alle Frequenzen, aber keine Lokalisierung dieser.

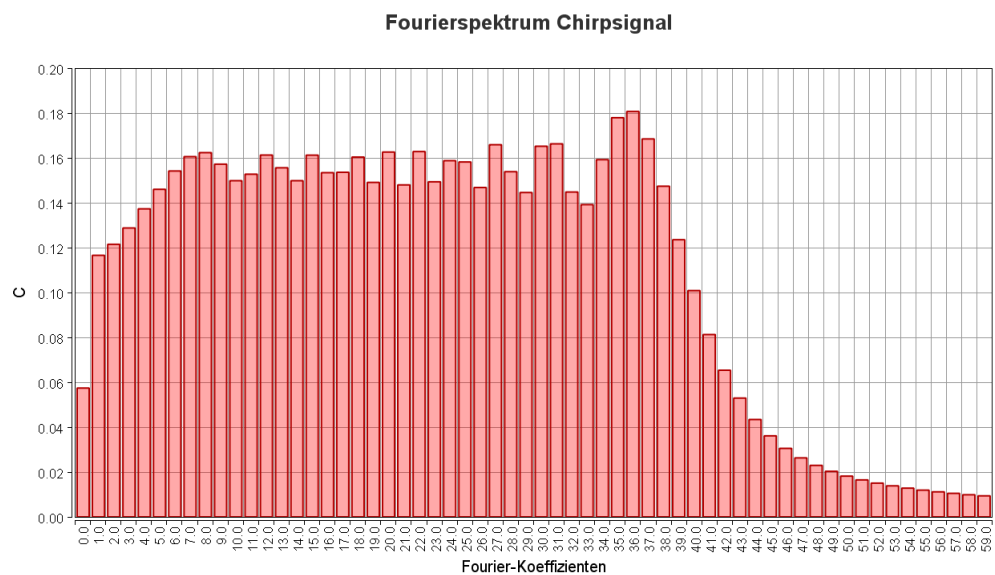


Abb. 2.2: Fourier-Frequenzspektrum eines einfachen Chirpsignals

In Abb. 2.3 ist das Fenster-Fourierspektrum des Chirpsignals dargestellt. Hier ist eine Lokalisierung der einzelnen Frequenzen zu sehen.

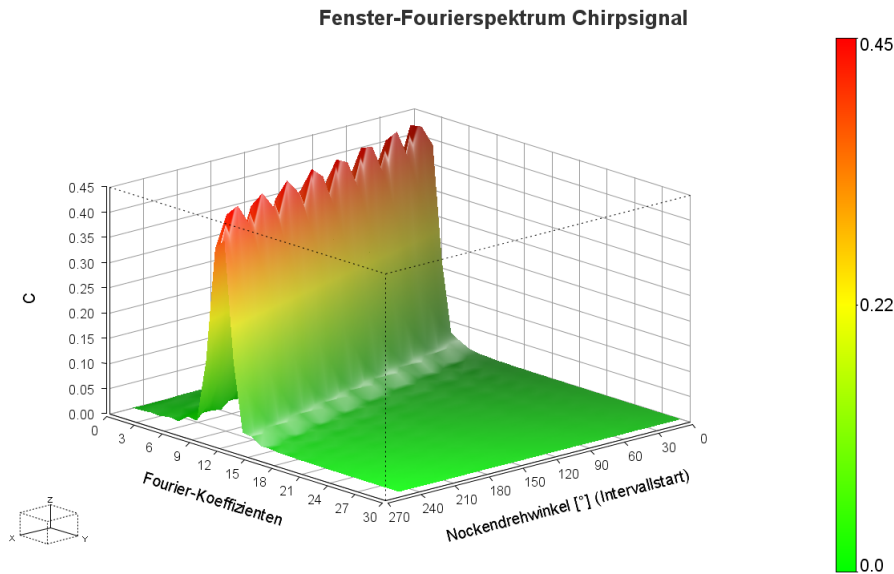


Abb. 2.3: Fenster-Fourier-Frequenzspektrum eines einfachen Chirpsignals

Um eine noch bessere zeitliche Lokalisierung zu ermöglichen, kann auf eine andere Transformation, die Wavelettransformation, zurückgegriffen werden.

2.1.6 Wavelettransformation

Die folgenden Erläuterungen richten sich nach [Esser (2001)] und [Blatter (2003)]. Den Ausgangspunkt der Wavelettransformation bildet die Funktion $\psi: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$, das sogenannte Mutter-Wavelet, welches den folgenden beiden Bedingungen zu genügen hat:

$$(1) \quad \psi \in \mathbb{L}_2(\mathbb{R}), \quad \|\psi\| = 1$$

$$(2) \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\psi(\omega)|^2}{|\omega|} d\omega < \infty$$

Von diesem Mutter-Wavelet werden dann Wavelets („kleine Wellen“) $\psi_{a,b}$ durch Stauchung bzw. Streckung und Verschiebung gebildet. Ähnlich den Sinus- und Kosinus-Funktionen bei der Fouriertransformation beschreiben sie eine Orthonormalbasis im entsprechenden Raum.

Es gilt:

$$\psi_{a,b}: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}, \quad t \mapsto \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right),$$

wobei $a \in \mathbb{R}^+$ den Skalierungsparameter (Streckung bzw. Stauchung) und $b \in \mathbb{R}$ den Verschiebungsparameter des Wavelets definieren. Diese Waveletfunktionen sind die für die Analyse von Signalen f verwendeten „Abfragemuster“. Somit ergibt sich für die Wa-

velettransformierte

$$\Omega_{\psi}f: \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}, \quad (a,b) \mapsto \Omega f(a,b)$$

die folgende Analysegleichung:

$$\Omega_{\psi}f(a,b) := \frac{1}{|a|^{1/2}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \overline{\psi\left(\frac{t-b}{a}\right)} dt$$

Für die Wavelettransformation existiert auch eine gut berechenbare Umkehrformel:

$$f = \frac{1}{c_{\psi}} \int_0^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\Omega_{\psi}f(a,b) \overline{\psi_{(a,b)}}}{|a|^2} da db$$

$$\text{mit} \quad c_{\psi} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\psi(\omega)|^2}{|\omega|} d\omega .$$

c_{ψ} ist eine Konstante die nur von dem gewählten Mutter-Wavelet ψ abhängt.

Je nach Wahl des Mutterwavelets ψ entstehen unterschiedliche Varianten der Wavelettransformation.

2.1.7 Diskrete Integraltransformationen

In der Ausgangsproblemstellung ist ersichtlich, dass die zu transformierende Funktion f_m nur als Messdatenvektoren \vec{f}_m vorliegen. Deshalb werden zur Berechnung der Fouriertransformierten, der Fenster-Fouriertransformierten und der Wavelettransformierten schnelle diskretisierte Algorithmen der oben vorgestellten Integraltransformationen verwendet. Auf die Herleitung der diskreten Analysegleichungen wird hier verzichtet, diese werden nur angegeben.

Für einen diskreten Datenvektor $\vec{f} \in \mathbb{R}^n$ errechnen sich die Koeffizienten zur diskrete Fouriertransformation wie folgt:

$$k_l = \sum_{j=0}^{n-1} f_j e^{-2\pi i \frac{j l}{n}} \quad l = 0, \dots, N-1$$

es gilt:

$$k_l = \overline{k_{n-l}}$$

Bei reellen Datenvektoren hat das zur Folge, dass aus n Datenpunkten lediglich $\frac{n}{2}$ transformierte Datenpunkte erhalten werden können.

Für die diskrete Wavelettransformation gilt die folgende Analysegleichung (Vgl. [Schmidt (1997)])

$$c_{j,k} = \sum_{i=1}^n f_i \psi_{j,k}(i)$$

$$\psi_{j,k}(x) = \sqrt{2^j} \psi(2^j x - k)$$

$$n = 2^{\hat{n}}$$

$$j = 0, \dots, \hat{n} - 1$$

$$k = 0, \dots, 2^j - 1$$

Für die Implementierung der schnellen diskreten Wavelettransformation sind für die Angabe des Mutterwavelets die Koeffiziente $\psi_{j,k}(x)$ notwendig. In der vorliegenden Arbeit wird ausschließlich mit dem Wavelet DW97 gearbeitet. Die Koeffizienten die dieses Mutterwavelet beschreiben sind im Folgenden aufgelistet:

$$\begin{aligned} c_1 &= -1.586134342 \\ c_2 &= -0.052980119 \\ c_3 &= 0.882911076 \\ c_4 &= 0.443506852 \end{aligned}$$

Der Skalierungsfaktor für das Mutterwavelet entspricht hierbei 1.149604398.

2.2 Grundlagen der Optimierung

In diesem Kapitel wird ein Überblick über die für diese Arbeit notwendigen Grundlagen der Optimierung gegeben. Dabei richten sich die Erläuterungen nach [Kux (2011)].

2.2.1 Grundlegende Begriffe

Die Aufgabe:

$$(NLMOA) \begin{cases} z_m(\vec{p}) \rightarrow \min & m = 1, 2, \dots, M \\ g_i(\vec{p}) \geq 0 & i = 1, 2, \dots, N \\ p_j^{(U)} \leq p_j \leq p_j^{(O)} & j = 1, 2, \dots, J \\ \vec{p} \in \mathbb{R}^J \end{cases} \quad (2.11)$$

mit $M, N, J \in \mathbb{N}$ heißt für $M \geq 2$ **Nichtlineare Multikriterielle Optimierungsaufgabe**. Hierbei sind die M Zielfunktionen $z_m(\vec{p})$ und N Nebenbedingungen $g_i(\vec{p})$ durch Funktionen gegeben von denen mindestens eine nichtlinear ist. Der Variablenvektor $\vec{p} = (p_1, p_2, \dots, p_J)^T$ beinhaltet die J Optimierungsvariablen. Hierbei sind die p_j durch eine untere Grenze $p_j^{(U)}$ und eine obere Grenze $p_j^{(O)}$ beschränkt.

Ohne Beschränkung der Allgemeinheit werden im Folgenden nur Minimierungsaufgaben betrachtet, da die Maximierung von $z_m(\vec{p})$ äquivalent zu einer Minimierung von $-z_m(\vec{p})$ ist. Es werden nur Ungleichheitsnebenbedingungen betrachtet, da jede Gleichung $h(\vec{p}) = 0$ durch zwei Ungleichungen $h(\vec{p}) \geq 0$ und $-h(\vec{p}) \geq 0$ dargestellt werden kann. Somit ist die in Abschnitt 1.2 vorgestellte Aufgabe eine nichtlineare multikriterielle Optimierungsaufgabe für den dort gesuchten Parametervektor \vec{p} .

Anders als bei einer Optimierungsaufgabe mit einer Zielfunktion, bei der nur ein optimaler Zielfunktionswert $z_m(\vec{p}^*)$ als Minimum der Zielfunktion, mit im Allg. nur einer optimalen Lösung \vec{p}^* , existiert, besitzt eine multikriterielle Optimierungsaufgabe eine Menge möglicher Kompromisslösungen, die Paretomenge genannt wird. Um diese Paretomenge beschreiben zu können, müssen einige grundlegende Begriffe eingeführt werden.

Definition 2.19

Gegeben sei eine NLMOA. Die Menge aller $\vec{p} \in \mathbb{R}^J$, welche innerhalb der gegebenen Intervallgrenzen liegen und alle Nebenbedingungen erfüllen, heißt **zulässige Menge** S .

$$S = \{\vec{p} \in \mathbb{R}^J \mid g_i(\vec{p}) \geq 0, i = 1, \dots, N; p_j^{(U)} \leq p_j \leq p_j^{(O)}, j = 1, \dots, J\}$$

Als **Ergebnismenge** F_S wird die Menge aller Zielfunktionsvektoren bezeichnet.

$$F_S = \{(z_1(\vec{p}), \dots, z_m(\vec{p}))^T \in \mathbb{R}^M \mid \vec{p} \in S\}$$

Definition 2.20

Gegeben sei eine NLMOA mit der zulässigen Menge S .

- Ein Punkt $\vec{p} \in S$ **dominiert** $\vec{q} \in S$, in Zeichen $\vec{p} \prec \vec{q}$, falls gilt:
 $\forall m \in \{1, 2, \dots, M\}: z_m(\vec{p}) \leq z_m(\vec{q})$ und
 $\exists \hat{m} \in \{1, 2, \dots, M\}: z_{\hat{m}}(\vec{p}) < z_{\hat{m}}(\vec{q})$
- Ein Punkt $\vec{p} \in S$ heißt **nichtdominiert** bezüglich einer Menge $T \subseteq S$ genau dann, wenn kein Element in T existiert, das \vec{p} dominiert, d.h. $\nexists \hat{\vec{p}} \in T: \hat{\vec{p}} \prec \vec{p}$.
- Ein Punkt heißt **Paretooptimal** genau dann, wenn \vec{x} nichtdominiert bezüglich S ist.
- Eine Menge $X \subseteq S$ heißt **Paretomenge** genau dann, wenn sie alle nichtdominierten Punkten enthält.
- Als **Paretofront** wird die Menge $P \subseteq F_S$ der zu X gehörenden Zielfunktionsvektoren bezeichnet. Damit gilt

$$P = \{(z_1(\vec{p}), \dots, z_m(\vec{p}))^T \in \mathbb{R}^M \mid \vec{p} \in X\}.$$

Zur Illustration wird in Abb. 2.4 schematisch die Ergebnismenge und die Paretofront einer Zwei-kriteriellen Minimierungsaufgabe dargestellt.

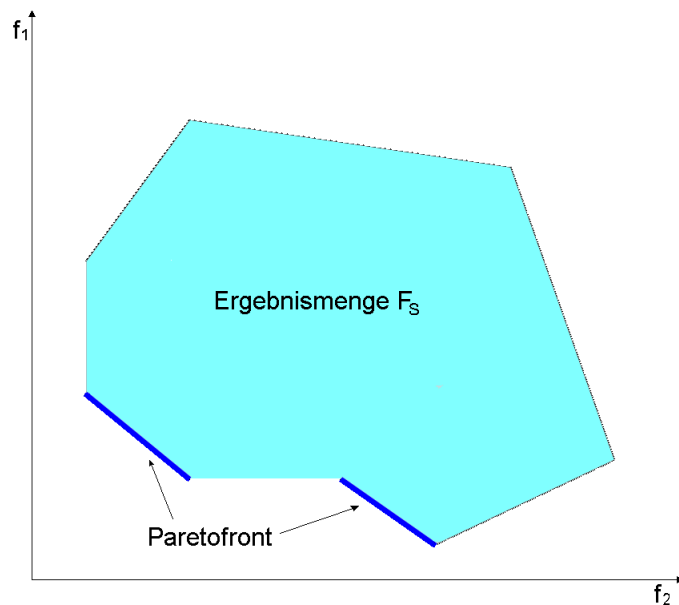


Abb. 2.4: Ergebnismenge und Paretofront für eine Minimierung mit zwei Zielen

Somit ist die Aufgabe eines Verfahrens zur Lösung einer multikriteriellen Optimierungsaufgabe die Bestimmung der Paretomenge und der Paretofront. Aus dieser können dann geeignete Kompromisse ausgewählt werden.

2.2.2 Übersicht Optimierungsverfahren

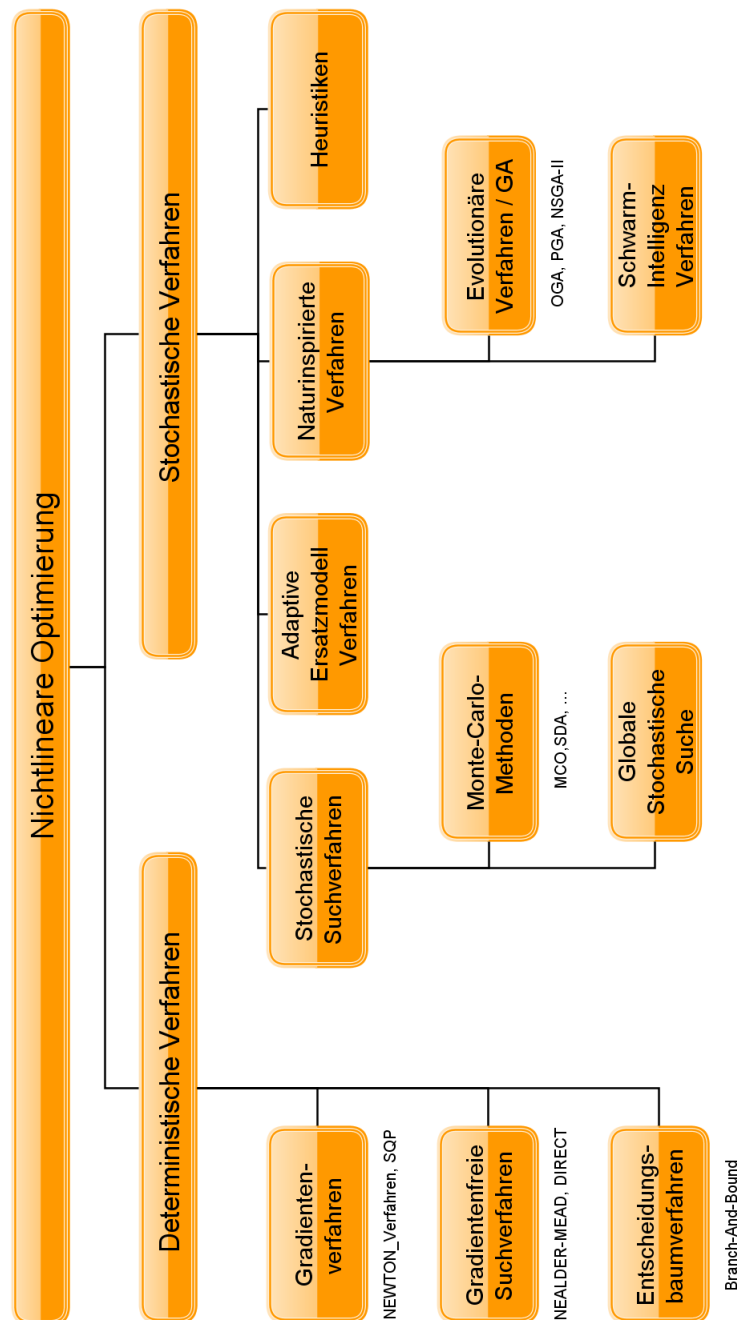


Abb. 2.5: Übersicht Optimierungsverfahren

In Abbildung 2.5 sind verschiedene Optimierungsverfahren aufgezeigt. In den weiteren Untersuchungen in dieser Arbeit wird ausschließlich der evolutionäre Algorithmus „OGA“ verwendet.

3 Methodik

3.1 Bewertungskriterien

Für die in 1.2 angesprochene Methode sollen hier verschiedene Bewertungskriterien, welche den Abstand zweier Funktionen feststellen, getestet werden. Die Kriterien sollen kleine Werte liefern, wenn sich die beiden Kurven ähnlich sind. Der Vergleich der Funktionen erfolgt über die zugehörigen Koeffizienten der Integraltransformierten. Es sei eine Referenzfunktion f gegeben mit den zugehörigen Koeffizienten k_l . Die zu vergleichende Funktion g besitzt die Koeffizienten \hat{k}_l . Es wurden zunächst drei skalare Bewertungskriterien B_1 , B_2 und B_3 gewählt:

$$B_1(g) = \sqrt{\sum_{l=0}^L |k_l - \hat{k}_l|^2} . \quad (3.1)$$

$$B_2(g) = \sqrt{\sum_{l=0}^L |k_l - \hat{k}_l|} . \quad (3.2)$$

$$B_3(g) = \sqrt{\sum_{l=0}^L |k_l - \hat{k}_l|^{\frac{1}{2}}} . \quad (3.3)$$

Funktionalanalytisch stellt das Bewertungskriterium B_1 die euklidische Norm der Differenz der Funktionen f und g im Raum der numerisch berechneten Integraltransformierten dar. Dabei werden die Differenzen quadriert, was aus Anwendersicht starke Unterschiede in einzelnen Koeffizienten noch stärker betont. Dies könnte eventuell dazu führen, dass gute Näherungen nicht als solche erkannt werden, wenn sie beispielsweise in einem einzigen Koeffizienten stark abweichen. Um diesen Fall abzufangen, werden die Bewertungskriterien B_2 und B_3 betrachtet, welche eine weniger starke Wichtung der einzelnen Differenzen beinhalten.

Für die Integraltransformationen

- Fouriertransformation (FT)
- Fenster-Fouriertransformation (STFT)
- Wavelettransformation (WT)

werden in diesem Abschnitt die folgenden Verfahrensparameter für die Integraltransformationen gewählt, da sich diese als sinnvoll erwiesen haben. Die Verfahrensparameter sind der Tabelle 3.1 zu entnehmen.

	FT	STFT	WT
Art			DW97
Anzahl der Koeffizienten	100	30	2048
Fenstergröße		100	
Fenster-Verschiebung		10	
Fenster-Funktion		Dreieck-Fenster	

Tab. 3.1: Parameterliste

Die Bewertungskriterien werden zunächst an einer einfachen Funktionen getestet. Im weiteren Verlauf der Untersuchung sollen verrauschte sowie kompliziertere Funktionen betrachtet und zum Schluss die Bewertungskriterien an konkreten Federkraft- sowie Beschleunigungsfunktionen eines Ventiltriebs getestet werden.

3.2 Einfache Testfunktion

Als erste Referenz wird die Sinusfunktion gewählt. Zunächst werden in x Richtung verschobene Sinusfunktionen mit dieser Referenz verglichen.

$$f = \sin(\pi x / 45)$$

$$g = \sin((\pi x + t\pi) / 45)$$

$t\pi \triangleq$ Verschiebung in x Richtung

In Abbildung 3.1 sind 3 verschieden verschobene Sinusfunktionen mit $t = 2\pi, 4\pi, 45\pi$ und die Referenzfunktion graphisch dargestellt.

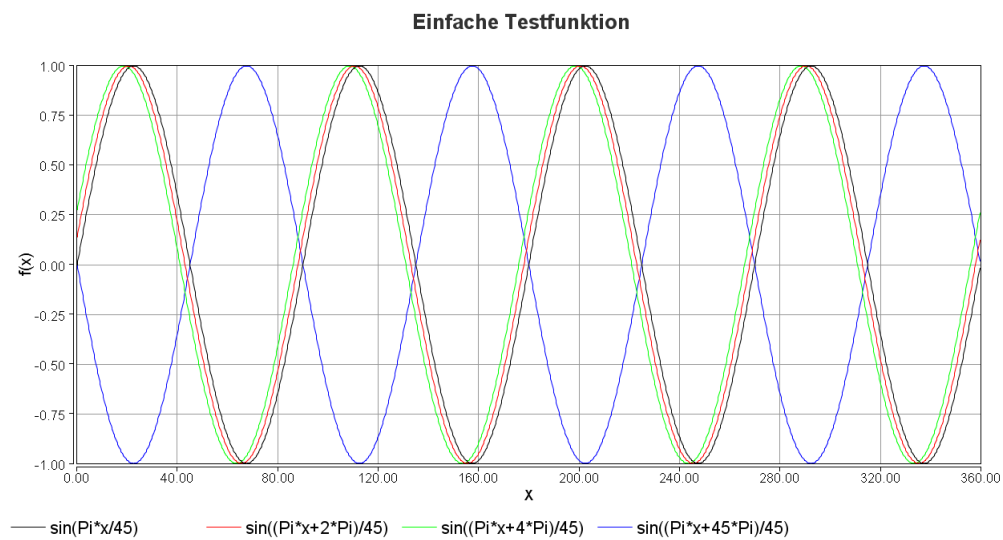


Abb. 3.1: Verschobene Sinusfunktionen

Es ergaben sich folgende Werte für die 3 Bewertungskriterien bei den einzelnen Transformationen:

Fouriertransformation

	$\sin((\pi x + 2\pi)/45)$	$\sin((\pi x + 4\pi)/45)$	$\sin((\pi x + 45\pi)/45)$
B_1	0,0023	0,005	0
B_2	0,18	0,26	0
B_3	1,6	1,93	0

Fenster-Fouriertransformation

	$\sin((\pi x + 2\pi)/45)$	$\sin((\pi x + 4\pi)/45)$	$\sin((\pi x + 45\pi)/45)$
B_1	0,09	0,18	2,00E-14
B_2	1,33	1,88	2,00E-07
B_3	6,82	8,07	0,0006

Wavelettransformation

	$\sin((\pi x + 2\pi)/45)$	$\sin((\pi x + 4\pi)/45)$	$\sin((\pi x + 45\pi)/45)$
B_1	3,64	7,27	52,66
B_2	3,69	5,23	14,07
B_3	4,92	5,89	9,38

Tab. 3.2: Bewertungskriterien für verschobene Sinusfunktionen

Für die weitere Untersuchung sollen horizontal gestreckte (Abb. 3.2) und vertikal gestauchte (Abb. 3.3) Sinusfunktionen betrachtet werden. g hat dabei folgende Struktur:

$$g = \sin(\pi x/r)s$$

$r \hat{=}$ Streckung in x Richtung

$s \hat{=}$ Stauchung in y Richtung

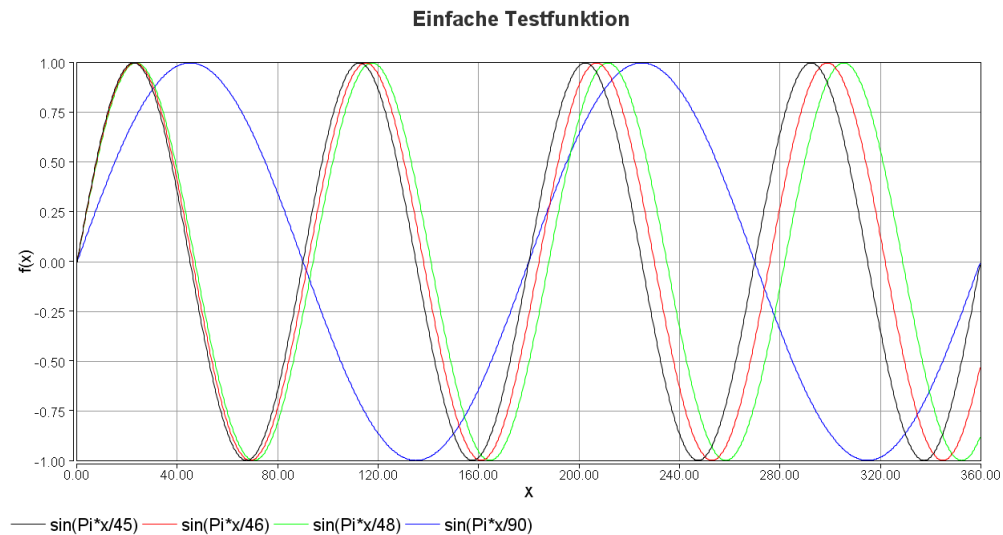


Abb. 3.2: Horizontal gestreckte Sinusfunktionen

Fouriertransformation

$$\sin(\pi x/46) \quad \sin(\pi x/48) \quad \sin(\pi x/90)$$

B_1	0,16	0,44	1,41
B_2	0,94	1,45	1,42
B_3	3,27	3,95	1,56

Fenster-Fouriertransformation

$$\sin(\pi x/46) \quad \sin(\pi x/48) \quad \sin(\pi x/90)$$

B_1	0,2	0,46	0,48
B_2	1,87	2,84	3,22
B_3	8,01	9,95	11,65

Wavelettransformation

$$\sin(\pi x/46) \quad \sin(\pi x/48) \quad \sin(\pi x/90)$$

B_1	8,18	21,3	37,8
B_2	5,49	8,79	11,68
B_3	6,05	7,65	8,22

Tab. 3.3: Bewertungskriterien für horizontal gestreckte Sinusfunktionen

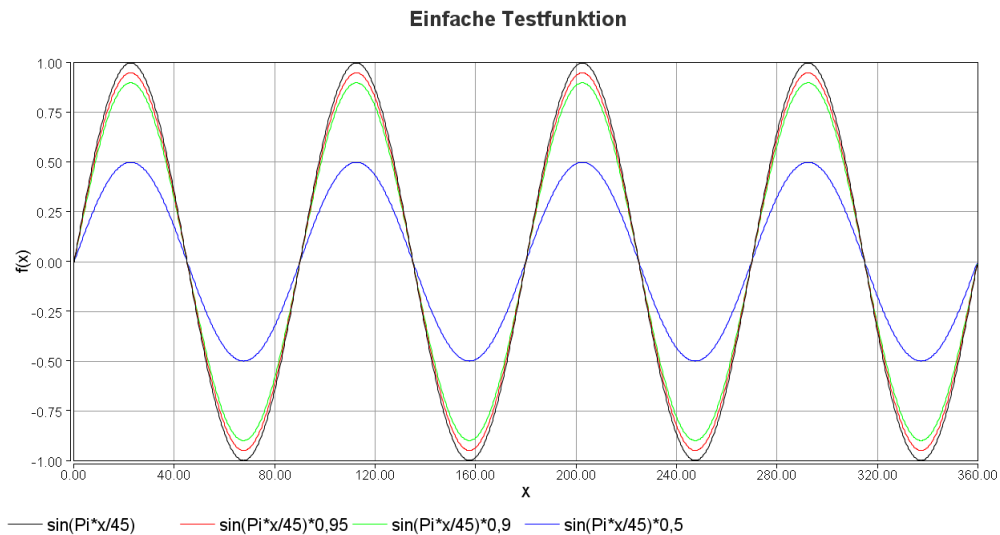


Abb. 3.3: Vertikal gestauchte Sinusfunktionen

Fouriertransformation

	$\sin(\pi x/45) \cdot 0,95$	$\sin(\pi x/45) \cdot 0,9$	$\sin(\pi x/45) \cdot 0,5$
B_1	0,05	0,1	0,5
B_2	0,22	0,32	0,71
B_3	0,61	0,73	1,09

Fenster-Fouriertransformation

	$\sin(\pi x/45) \cdot 0,95$	$\sin(\pi x/45) \cdot 0,9$	$\sin(\pi x/45) \cdot 0,5$
B_1	0,05	0,1	0,49
B_2	1,1	1,56	3,49
B_3	7,01	8,34	12,47

Wavelettransformation

	$\sin(\pi x/45) \cdot 0,95$	$\sin(\pi x/45) \cdot 0,9$	$\sin(\pi x/45) \cdot 0,5$
B_1	1,32	2,63	13,17
B_2	2,22	3,15	7,03
B_3	3,73	4,44	6,63

Tab. 3.4: Bewertungskriterien für vertikal gestauchte Sinusfunktionen

Fouriertransformation

In Tabelle 3.2 sind die Werte der Bewertungskriterien für unterschiedlich verschobene Sinusfunktionen aufgelistet. Es ist zu erkennen, dass eine geringe Verschiebung durch einen Anstieg der Werte der Kriterien widerspiegelt wird. Bei einer Verschiebung um π erreichen die Bewertungskriterien jedoch wieder einen Wert von 0. Dies ist darauf

zurückzuführen, dass in den Fourierkoeffizienten keine Informationen über den Ort der Frequenzen gespeichert wird. Auch die anfangs ansteigenden Bewertungswerte sind minimal und auf Ungenauigkeiten der Transformation zurückzuführen.

Bei den Werten für horizontal gestreckte Sinusfunktionen ist ein Anstieg der Werte aus Tabelle 3.3 zu entnehmen. Bei den stärkeren Streckungen ist jedoch zu erkennen, dass sich der Bewertungswert nicht weiter ändert. Dies ist darauf zurückzuführen, dass die Koeffizienten bei einer Streckung, immer weiter nach vorn verschoben werden.

Bei einer vertikalen Stauchung der Sinusfunktion ist aus Tabelle 3.4 zu entnehmen, dass mit stärkerer Stauchung auch die Werte der Bewertungskriterien zunehmen. Insbesondere ist bei B_1 zu beobachten, dass ein direkter Zusammenhang zwischen der Stauchung und dem Bewertungskriterium besteht.

Fenster-Fouriertransformation

Bei den Bewertungskriterien für verschobene Sinusfunktionen der Fenster-Fouriertransformation ist das gleiche Verhalten wie bei den Werten mittels Fouriertransformation zu erkennen. Daraus folgt also, dass die Fenster-Fourierkoeffizienten keine Information über Verschiebungen der Frequenzen liefern.

Auch bei den horizontal gestreckten Sinusfunktionen ist das gleiche Verhalten wie bei den Bewertungswerten bezüglich der Fouriertransformation zu erkennen. Da sich die Frequenz in Form der Sinusschwingung über das ganze Intervall erstreckt, ist eine Lokalisierung dieser durch beliebige Fenster für die STFT nicht sichtbar.

Für die vertikal gestauchten Sinusfunktionen ist auch mittels der Bewertungskriterien bezüglich der STFT eine signifikante Aussage möglich. Wie bei der einfachen Fouriertransformation liefert auch hier B_1 Werte, die in einem direkten Zusammenhang mit den Stauchungen stehen.

Wavelettransformation

Die Bewertungswerte bezüglich der Wavelettransformation liefern von Anfang an signifikante Aussagen für alle betrachteten Funktion. So ist in Tabelle 3.2 zu erkennen, dass eine leicht verschobene Funktion kleinere Werte B_i besitzt als eine stark Verschobene. Für die Betrachtung der horizontal gestreckten, sowie der vertikal gestauchten Sinusfunktionen ergab sich das gleiche Ergebnis (siehe dazu Tab. 3.3 und 3.4). Daraus folgt, dass die Wavelettransformation eine sehr gute Lokalisierung der Frequenzen liefert.

Im Folgenden werden verrauschte Testfunktionen und Funktionen mit komplizierterer Gestalt betrachtet.

3.3 Rauschen in der Testfunktion

Auch hier wird zunächst von einer Sinusfunktion als Referenz ausgegangen. Diese wird mit einer verrauschten Sinusfunktion verglichen (siehe dazu Abb. 3.4).

$$f = \sin(\pi x/45)$$

$$g_i = \sin(\pi x/45) + Z_i$$

$Z_i \hat{=}$ Zufallszahl(gleich verteilt)

$$Z_1 \in [-0,125;0,125]$$

$$Z_2 \in [-0,25;0,25]$$

$$Z_3 \in [-0,5;0,5]$$

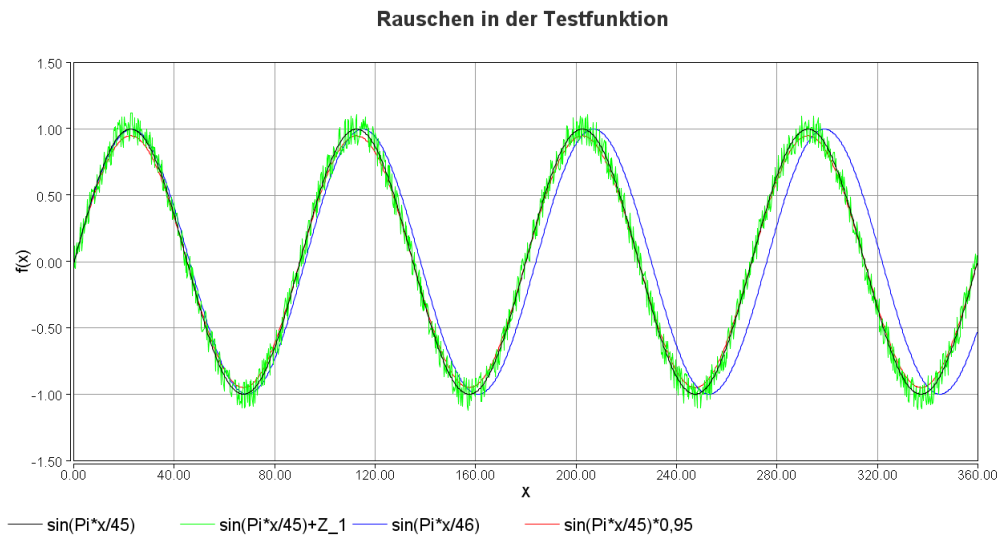


Abb. 3.4: Sinusfunktion mit Rauschen

Fouriertransformation

	$\sin(x\pi/45) + Z_1$	$\sin(x\pi/45) + Z_2$	$\sin(x\pi/45) + Z_3$
B_1	0,05	0,1	0,2
B_2	0,8	1,13	1,59
B_3	3,29	3,91	4,66

Fenster-Fouriertransformation

	$\sin(x\pi/45) + Z_1$	$\sin(x\pi/45) + Z_2$	$\sin(x\pi/45) + Z_3$
B_1	0,04	0,09	0,18
B_2	1,68	2,4	3,53
B_3	11,35	13,58	16,57

Wavelettransformation

	$\sin(x\pi/45) + Z_1$	$\sin(x\pi/45) + Z_2$	$\sin(x\pi/45) + Z_3$
B_1	2,78	5,61	11,08
B_2	9,23	13,184	18,5
B_3	18,02	21,54	25,48

Tab. 3.5: Bewertungskriterien für verrauschte Sinusfunktionen

Auswertung

In Tabelle 3.5 ist eine Auflistung der verschiedenen Bewertungskriterien bezüglich der unterschiedlichen Integraltransformationen gegeben.

Bei allen Transformationen und allen Kriterien ist mit steigendem Rauschen auch ein Anstieg der Bewertungswerte zu erkennen. Daraus folgt, dass die unterschiedlichen Integraltransformationen ein Rauschen erkennen und in den Bewertungskriterien widerspiegeln.

Ein noch stärkeres Rauschen wird nicht betrachtet, da dabei die Sinusfunktion durch das Rauschen dominiert werden würde und die Bewertungskriterien keine sinnvollen Aussagen mehr liefern könnten.

3.4 Zusammengesetzte Testfunktion

An dieser Stelle wird die Aussagekraft der Bewertungskriterien an komplizierteren Funktionen getestet.

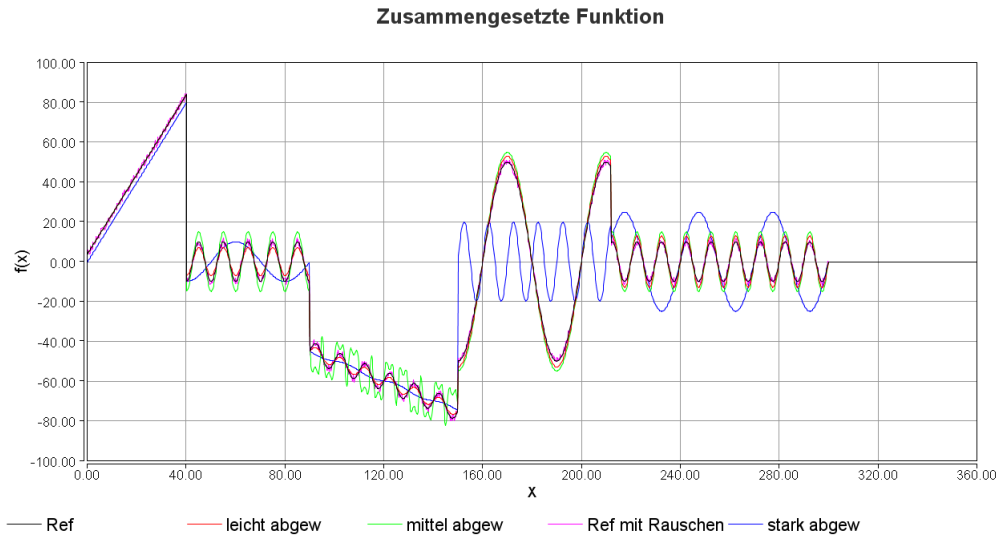


Abb. 3.5: Zusammengesetzte Funktion

In Abbildung 3.5 sind fünf Funktionen zu erkennen: die Referenzfunktion $f_{(\text{Ref})}$, die Referenzfunktion, die mit einem Rauschen belegt wurde $g_{(\text{Ref mit Rauschen})}$ und drei Funktionen $g_{(\text{leicht abgew})}$, $g_{(\text{mittel abgew})}$ und $g_{(\text{stark abgew})}$ die jeweils etwas mehr gegenüber f abgewandelt wurden. Diese Funktionen besitzen folgende mathematische Beschreibung:

$$f_{(\text{Ref})} = \begin{cases} 2|x+2|; & 0 \leq x \leq 40 \\ (-\cos((\pi x)/5))10; & 40 < x < 90 \\ (-x/2) + \sin(\pi x/5)5; & 90 \leq x < 150 \\ \sin(\pi x/20)50; & 150 \leq x < 212 \\ \sin(\pi x/5)10; & 212 \leq x < 300 \\ 0; & x \leq 0 \text{ und } x \geq 300 \end{cases}$$

Im folgenden entspricht $ZZ[u; o]$ einer gleich verteilten Zufallszahl zwischen u und o .

$$g_{(\text{Ref mit Rauschen})} = \begin{cases} 2|x+2| + ZZ[-2; 2]; & 0 \leq x \leq 40 \\ (-\cos((\pi x)/5))10 + ZZ[-2; 2]; & 40 < x < 90 \\ (-x/2) + \sin(\pi x/5)5 + ZZ[-2; 2]; & 90 \leq x < 150 \\ \sin(\pi x/20)50 + ZZ[-2; 2]; & 150 \leq x < 212 \\ \sin(\pi x/5)10 + ZZ[-2; 2]; & 212 \leq x < 300 \\ 0; & x \leq 0 \text{ und } x \geq 300 \end{cases}$$

$$g_{(\text{leicht abgew})} = \begin{cases} 2|x+2|; & 0 \leq x \leq 40 \\ (-\cos((\pi x)/5))^7; & 40 < x < 90 \\ (-x/2) + \sin(\pi x/5)^3; & 90 \leq x < 150 \\ \sin(\pi x/20)^{53}; & 150 \leq x < 212 \\ \sin(\pi x/5)^{13}; & 212 \leq x < 300 \\ 0; & x \leq 0 \text{ und } x \geq 300 \end{cases}$$

$$g_{(\text{mittel abgew})} = \begin{cases} 2|x+4|; & 0 \leq x \leq 40 \\ (-\cos((\pi x)/5))^{15}; & 40 < x < 90 \\ (-x/2) + \sin(\pi x/5)^{10}; & 90 \leq x < 150 \\ \sin(\pi x/20)^{55}; & 150 \leq x < 212 \\ \sin(\pi x/5)^{15}; & 212 \leq x < 300 \\ 0; & x \leq 0 \text{ und } x \geq 300 \end{cases}$$

$$g_{(\text{stark abgew})} = \begin{cases} 2|x|; & 0 \leq x \leq 40 \\ (-\cos((\pi x)/20))^{10}; & 40 < x < 90 \\ (-x/2) + \sin(\pi x/10)^1; & 90 \leq x < 150 \\ \sin(\pi x/5)^{20}; & 150 \leq x < 212 \\ \sin(\pi x/15)^{20}; & 212 \leq x < 300 \\ 0; & x \leq 0 \text{ und } x \geq 300 \end{cases}$$

Es ergeben sich folgende Werte der Bewertungskriterien:

Fouriertransformation

	$\mathcal{G}(\text{Ref mit Rauschen})$	$\mathcal{G}(\text{leicht abgew})$	$\mathcal{G}(\text{mittel abgewn})$	$\mathcal{G}(\text{stark abgew})$
B_1	1,36	1,72	4,3	13,64
B_2	2,61	3,19	5,05	8,67
B_3	4,84	5,71	7,15	9,5

Fenster-Fouriertransformation

	$\mathcal{G}(\text{Ref mit Rauschen})$	$\mathcal{G}(\text{leicht abgew})$	$\mathcal{G}(\text{mittel abgewn})$	$\mathcal{G}(\text{stark abgew})$
B_1	1,07	2,22	4,27	23,02
B_2	3,92	8,41	11,9	25,54
B_3	15,48	20,05	24,11	34,42

Wavelettransformation

	$\mathcal{G}(\text{Ref mit Rauschen})$	$\mathcal{G}(\text{leicht abgew})$	$\mathcal{G}(\text{mittel abgewn})$	$\mathcal{G}(\text{stark abgew})$
B_1	44,13	62,25	127,08	688,56
B_2	15,86	22,11	32,18	67,79
B_3	10,09	16,93	20,44	29,34

Tab. 3.6: Bewertungskriterien für die zusammengesetzte Funktion

Auswertung

Tabelle 3.6 zeigt bei allen 3 Bewertungskriterien für jeweils eine betrachtete Integraltransformation ein Ansteigen der Bewertungswerte, je stärker die Funktionen mathematisch von der Referenz abweichen. Das trifft sich mit dem optischen Eindruck: je stärker die Funktionen sichtbar von der Referenz abweichen, umso größer ist auch der Bewertungswert. Daraus folgt, dass die Bewertungskriterien auch gegenüber komplizierteren Funktionen robust sind.

Im Folgenden werden die verschiedenen Bewertungskriterien an gegebenen Federkraft- sowie Beschleunigungsfunktionen des Ventiltriebes eines Verbrennungsmotors getestet.

3.5 Federkraftfunktion

Als Referenzfunktion wird hierbei eine Messung bei 5000 rpm verwendet. Dazu wurden mithilfe des Simulationsprogrammes „VENTIL“ manuell durch Vorgabe verschiedener Parameter für den Ventiltrieb drei Näherungsfunktionen erstellt (siehe Abb. 3.6), die als Vergleichsvektoren für die Messwertevektoren dienen. Diese Vergleichsdatensätze unterscheiden sich visuell voneinander und von der Messung. So ist Simulation 1 hier optisch die schlechteste Näherung an die Messfunktion. Simulation 2 zeigt dem gegenüber eine leichte Verbesserung und Simulation 3 ist die optisch beste Näherung. Wie aus einer IAV-internen Präsentation zum manuellen Modellabgleich deutlich wurde ist eine Phasenverschiebung der simulierte Federkraftfunktion zur Messung um 10° zu verzeichnen. Dies wird bei den erstellten Simulationen berücksichtigt und die Funktionen dementsprechend angepasst.

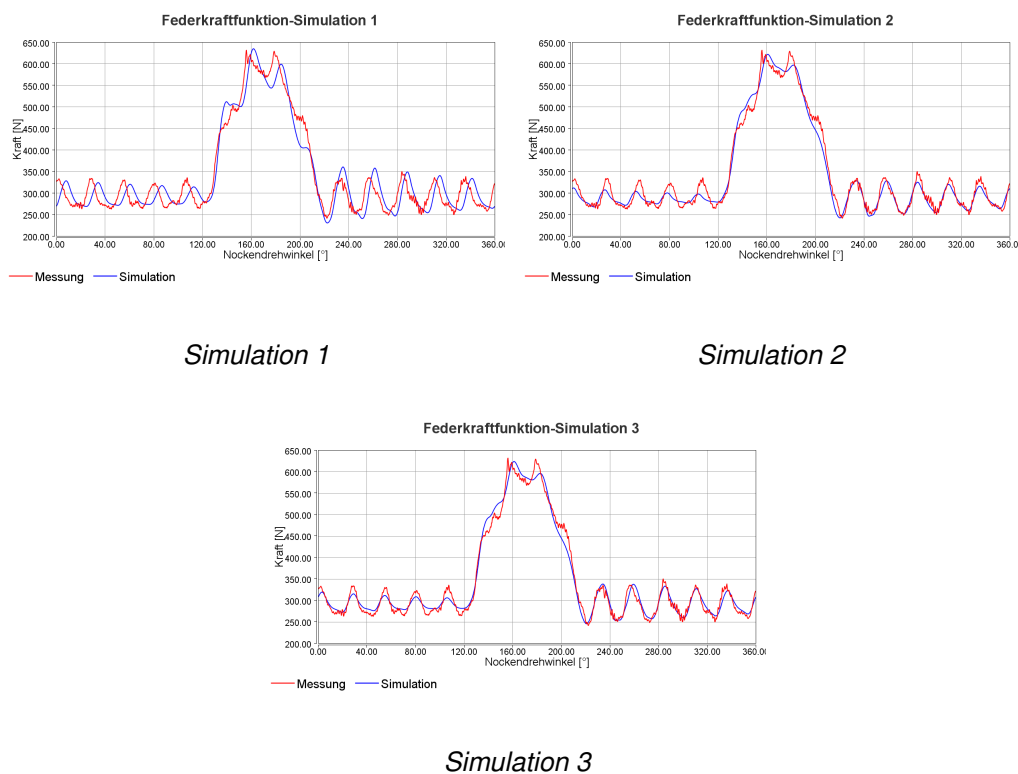


Abb. 3.6: Simulationen zur Federkraftfunktion

Fouriertransformation

	Simulation 1	Simulation 2	Simulation 3
B_1	15,48	14,77	11,48
B_2	10,81	10,29	9,82
B_3	11,45	11,13	11,03

Fenster-Fouriertransformation

	Simulation 1	Simulation 2	Simulation 3
B_1	29,8	17,1	15,48
B_2	33,05	25,63	24,57
B_3	43,99	40,32	39,68

Wavelettransformation

	Simulation 1	Simulation 2	Simulation 3
B_1	1095,42	635,49	573,13
B_2	107,25	88,09	84,47
B_3	50,19	47,98	47,36

Tab. 3.7: Bewertungskriterien für die Federkraftfunktion

Auswertung

Für die verschiedenen Integraltransformationen bestätigen die Bewertungskriterien den optischen Eindruck: Simulation 1 lieferte jeweils die höchsten Werte. Simulation 3 lieferte die kleinsten Werte und hat damit auch mathematisch den kleinsten Abstand zur Referenz.

Auffällig ist, dass bei Bewertungskriterium B_1 bezüglich der Fouriertransformation der Abstand zwischen Simulation 1 und Simulation 2 sehr gering ist, obwohl visuell die Simulationen 2 und 3 den geringeren Unterschied aufweisen.

Durch die Abstimmung der Phasenverschiebung von Simulation und Messung ist keine weitere Verschiebung der Phase zu berücksichtigen. Daraus folgt, dass bei der späteren Optimierung der Federkraftfunktion die Wavelettransformation, mit der starken Lokalisierung der Frequenzbestandteile, genutzt werden kann.

Methodik

Für die Methodik bedeutet dies, Funktionen, deren Frequenzbestandteile exakt am Ort im Ausgangssignal nachgebildet werden sollen, sollte die Wavelettransformation bevorzugt werden. Jedoch könnte auch eine Fouriertransformation bei Funktionen einfacher Gestalt bereits gute Ergebnisse liefern.

3.6 Beschleunigungsfunktion

Zuletzt werden die Bewertungskriterien an der Beschleunigungsfunktion getestet. Wieder wird als Referenzfunktion eine Messung bei 5000 rpm verwendet. Auch hier sind analog zur Federkraftfunktion Simulationen erstellt worden (siehe Abb. 3.7), wobei Simulation 1 die schlechteste Näherung und Simulation 3 die beste Näherung an die Messfunktion darstellt. Die ermittelten Werte der Bewertungskriterien spiegeln dieses Verhalten bei allen Integraltransformationen wider (siehe Tab. 3.8).

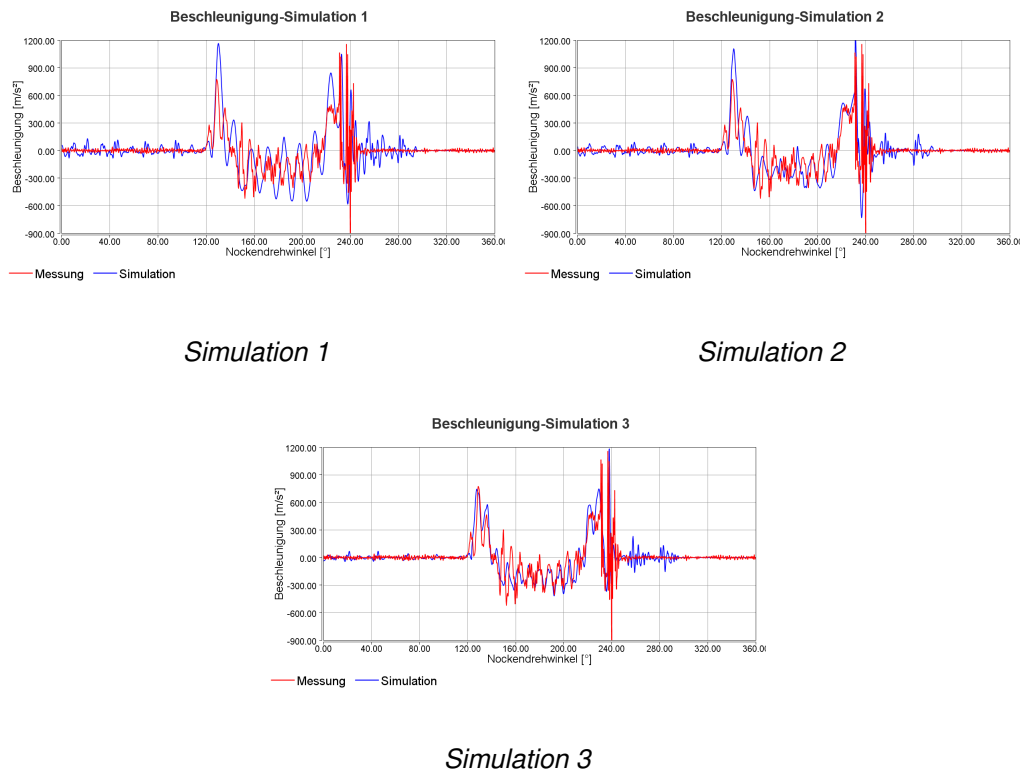


Abb. 3.7: Simulationen zur Beschleunigungsfunktion

Fouriertransformation

	Simulation 1	Simulation 2	Simulation 3
B_1	202,81	169,73	116,9
B_2	39,19	37,23	33,18
B_3	21,36	20,94	20,36

Fenster-Fouriertransformation

	Simulation 1	Simulation 2	Simulation 3
B_1	199,19	158,06	98,7
B_2	92,28	82,48	67,94
B_3	78,18	74,49	68,05

Wavelettransformation

	Simulation 1	Simulation 2	Simulation 3
B_1	7706,13	6857,2	5109,9
B_2	304,57	288,93	262,51
B_3	88,16	86,2	83,83

Tab. 3.8: Bewertungskriterien für die Beschleunigungsfunktion

Im Verlaufe der Optimierungen wird deutlich, dass bei der Simulation der Beschleunigungsfunktion eine Verschiebung der Phase, im mittleren Bereich der Kurve von 140° bis 220° , auftritt. Das Simulationsprogramm kann somit die Position der Frequenz der Messung in diesem Bereich nicht erreichen. Des Weiteren ist eine Verschiebung der Phase aus technischer Sicht nicht von Bedeutung. Viel wichtiger ist die Übereinstimmung der Frequenzen von Messung und Simulation. Aus diesem Grund ist eine weitere Untersuchung der Wavelettransformation an der Beschleunigungsfunktion überflüssig, da die starke Lokalisierung der Frequenzen für die spätere Optimierung nicht förderlich ist.

Im Folgenden wird eine Beschleunigungsfunktion f mittels des Simulationsprogramms für Ventiltriebe selbst erstellt (Abb. 3.8).

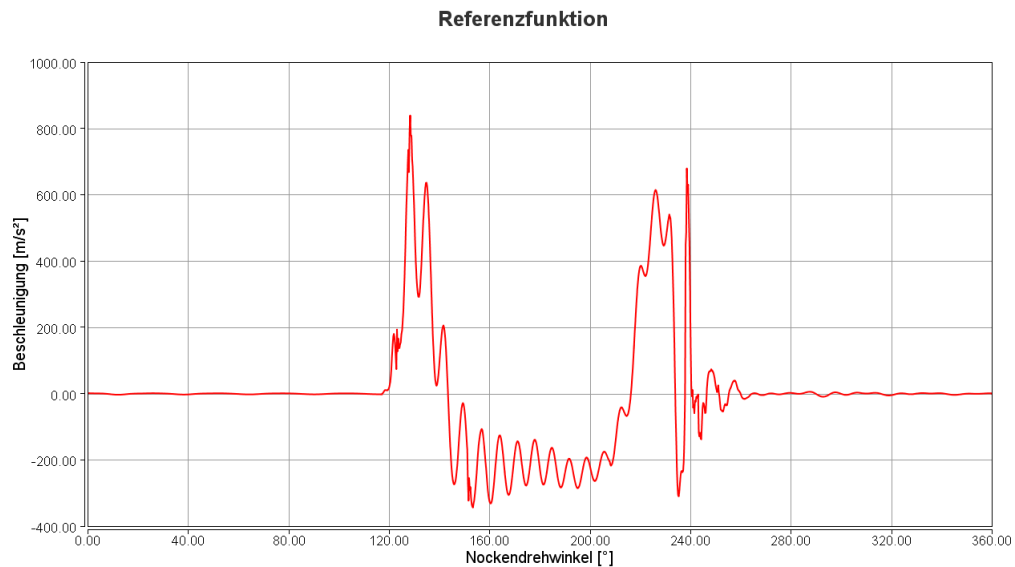


Abb. 3.8: Simulierte Referenzfunktion

Der Parametersatz der diese Funktion als Ergebnis hat, sollte bei einem automatisierten Modellabgleich vom Simulationsprogramm gefunden werden. Es ist nun zu testen, ob bei einer Verschiebung einzelner Kurvenbestandteile der gleiche Parametersatz gefunden wird. Dazu wird nun folgende Funktion \hat{f} betrachtet (Abb. 3.9).

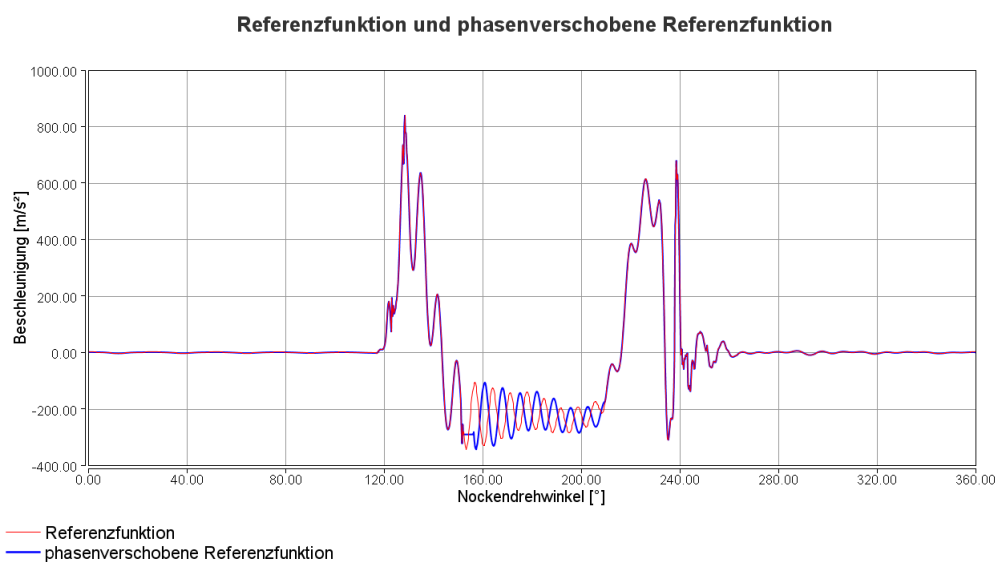


Abb. 3.9: Phasenverschobene Referenzfunktion

Für die spätere Optimierung der verschobenen Referenzfunktion werden hier die Fenster-Fourierspektren der Referenzfunktion f (Abb. 3.10) und der verschobenen Referenzfunktion \hat{f} (Abb. 3.11) in der Draufsicht aufgezeigt. In Abbildung 3.12 ist der Differenzplot der beiden Spektren dargestellt.

Fenster-Fourier-Spektrum Referenzfunktion

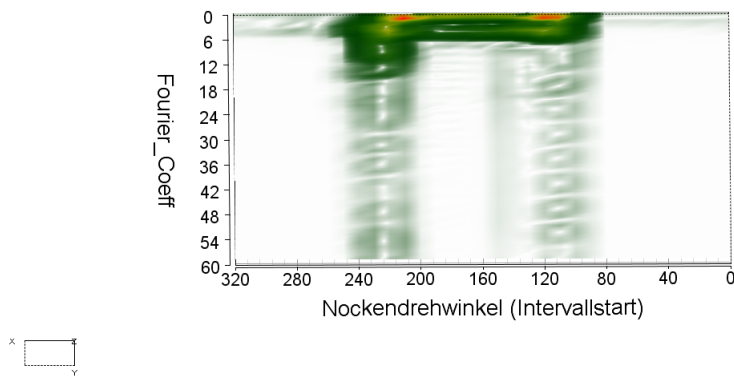


Abb. 3.10: Fenster-Fourierspektrum der Referenzfunktion

Fenster-Fourier-Spektrum phasenverschobene Referenzfunktion

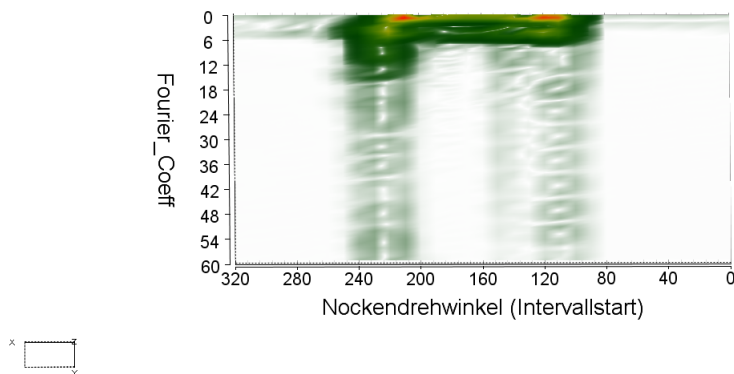


Abb. 3.11: Fenster-Fourierspektrum der phasenverschobenen Referenzfunktion

Differenz Referenzfunktion und phasenverschobene Referenzfunktion

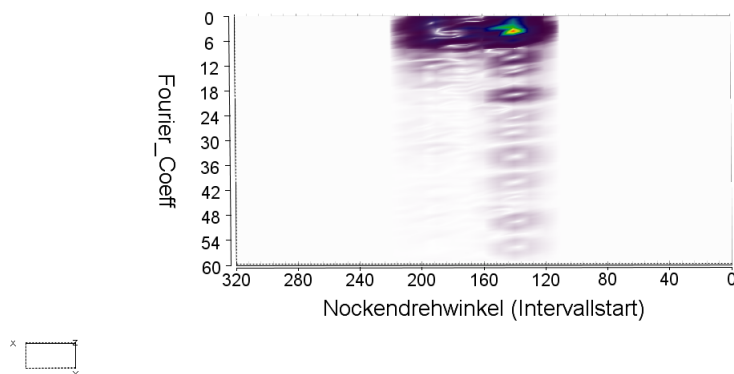


Abb. 3.12: Differenzplot der Referenzfunktion und der phasenverschobenen Referenzfunktion

Methodik

Für die Methodik ergeben sich folgende Schlüsse. Bei Funktionen, deren Frequenzbestandteile nicht im ganzen Signal exakt am Ort im Ausgangssignal nachgebildet werden sollen, ist die Bewertung mittels Wavelettransformation nicht sinnvoll. Durch die starke Lokalisierung der Frequenzen ist die Optimierung mit der Wavelettransformation bestrebt das Signal exakt nachzubilden.

Die Fenster-Fouriertransformation ist hierbei die bessere Wahl, da diese zwar eine gewisse Lokalisierung der Frequenzen vornimmt, eine Phasenverschiebung jedoch nicht berücksichtigt.

3.7 Zusammenfassung

Zusammenfassend ist zu sagen, dass alle Bewertungskriterien bei den hier betrachteten Funktionen eine signifikante Aussage liefern. Jedoch haben sich bei den einfachen Testfunktion gewisse Unterschiede der Integraltransformationen herauskristallisiert.

Zum einen hat sich herausgestellt, dass die Fouriertransformation als auch die Fenster-Fouriertransformation gegenüber einer Verschiebung unempfindlich ist. Des Weiteren sind horizontale Streckungen bzw. Stauchungen periodischer Funktionen mittels Fouriertransformation in großem Maße nicht erfassbar, da mehrere Streckungsfaktoren die gleichen Bewertungswerte liefern können. Vertikale Stauchungen bzw. Streckungen können von allen Integraltransformationen gleichermaßen gut erfasst werden.

Für die komplizierteren Funktionen gilt, dass bei exakter Nachbildung des Ausgangssignals die Wavelettransformation bevorzugt werden sollte. Jedoch für Funktionen bei denen einzelne Frequenzbestandteile phasenverschoben sein dürfen, ist die Wavelettransformation nicht aussagekräftig. Hierbei ist die Fenster-Fouriertransformation, die gegenüber einer Phasenverschiebung unempfindlich ist, sinnvoller.

4 Automatisierter Modellabgleich

Für das in Abschnitt (1.2) vorgestellte mathematische Modell soll hier der automatisierte Abgleich, am Beispiel des Ventiltriebes eines Verbrennungsmotors, erfolgen. Dazu werden zunächst die technischen Grundlagen des Ventiltriebes beschrieben. Des Weiteren ist die Kopplung zweier IAV-interner Programme notwendig. Zum einen wird ein Optimierungsprogramm und zum anderen ein Simulationsprogramm benötigt. Nach der Vorstellung der beiden Programme werden die Bearbeitung des Treibers und die Implementierung der Integraltransformationen kurz erläutert. Zuletzt wird die im Abschnitt 3 angesprochene Methode an realen Messdaten von Federkraft- sowie Beschleunigungskurven des Ventiltriebs getestet.

4.1 Technische Grundlagen des Ventiltriebs

In diesem Kapitel richten sich die meisten Erläuterungen nach [Köhler und Flierl (2006)]. Der Ventiltrieb ist ein wesentliches Bauteil des Motors eines Fahrzeuges. Seine Aufgabe besteht in der Steuerung des Einlassen von Luft und gegebenenfalls Kraftstoff in sowie Auslassen von Abgas aus dem Brennraum des Motors.

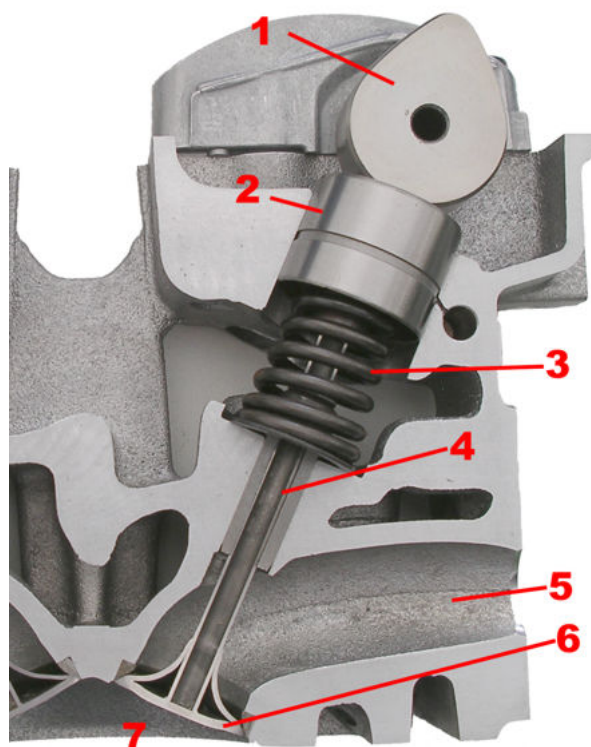


Abb. 4.1: Aufbau eines Ventiltriebs

URL: <http://de.wikipedia.org/wiki/Datei:Ventiltrieb.jpg>

Die Funktionsweise des Ventiltriebs wird anhand der obigen Abbildung 4.1, eines Tassenstößel-Ventiltrieb, kurz erläutert.

Der Nocken an der Nockenwelle(1) drückt den Tassenstößel(2) herunter und dieser wiederum das Ventil selbst. Der Ventilschaft(4) mit dem Ventilteller(6) öffnet dabei den Brennraum. Dadurch kann Luft, gegebenenfalls Kraftstoff, in den Brennraum(7) ein- oder Abgas ausströmen. Im Anschluss sorgt die Ventilsfeder(3) dafür, dass das Ventil wieder geschlossen wird. Am Tassenstößel befindet sich noch ein HVA-Element, das hydraulisch das Ventilspiel ausgleicht.

Eine wichtige Größe ist die Vorspannkraft(VSK) der Ventilsfeder. Ist sie zu niedrig, so ist der Vollkontakt zwischen Nockenwelle und Tassenstößel nicht gegeben und somit schließt das Ventil nicht schnell genug. Ist andererseits die VSK zu hoch, kann das Drehmoment zu groß werden. Weitere wichtige Größen sind die Materialsteifigkeiten und Dämpfungen der einzelnen Bauteile, welche nicht gemessen werden können und somit unbekannt sind.

Im Folgenden werden die für die weiteren Ausführungen benötigten Funktionen des Ventilhub, der Ventilgeschwindigkeit, der Ventilbeschleunigung und der Federkraft beispielhaft in Abbildung 4.2 angeführt. Auf der x-Achse ist hierbei der Drehwinkel der Nockenwelle in Grad angetragen und auf der y-Achse gelten die entsprechenden physikalischen Einheiten. Beim Ventilhub sind die Angaben in m , bei der Ventilgeschwindigkeit in m/s , bei der Ventilbeschleunigung in m/s^2 und bei der Federkraft N .

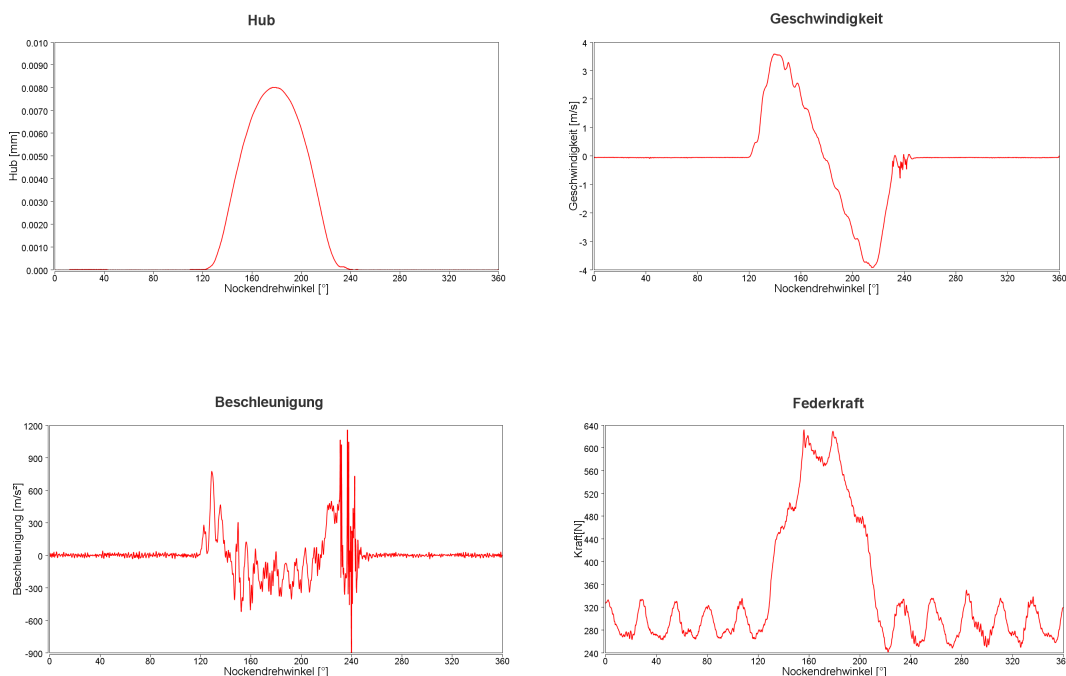


Abb. 4.2: Ventilfunktionen

Hierbei beschreibt der Ventilhub den durch die Nockenwelle ausgeführten Hub an dem

Ventil. Die erste Ableitung dieser Funktion ist die Ventilgeschwindigkeit, die zweite Ableitung ist die Ventilbeschleunigung. Bei der Messung werden alle drei separat aufgezeichnet, mathematisch jedoch sind diese Funktionen durch Differentiation miteinander verbunden, weshalb hierbei auch nur die Beschleunigungsfunktion betrachtet werden muss. Das letzte Bild zeigt die Federkraftfunktion und somit die auf die Feder wirkende Kraft zu jedem angegebenen Zeitpunkt. Hauptaugenmerk in dieser Arbeit wird auf der Beschleunigungsfunktion und der Federkraftfunktion liegen. Ziel ist die Steuerung der Anpassung von genäherten Funktionen an die Messwerte durch unterschiedliche Wahl von Parametern innerhalb des Simulationsprogrammes. Zu den wichtigsten Parametern gehören Materialsteifigkeiten und Dämpfungen von

- Ventilsitz
- Nockenwelle
- Kugelsitz (HVA-Element)
- Ventilschaft
- Nockenhebel

für die Anpassung der Beschleunigungsfunktion.

Steifigkeit und Dämpfung des Ventilsitz sind für das Verhalten der Funktion außerhalb des Hubes zuständig.

Für die Federkraftfunktion sind folgende Parameter bedeutsam:

- Ventildamperdämpfung
- Dichte der Feder
- Anzahl der Federmassen
- G-Modul der Ventildamper
- Aktive Wickellinie
- Vorspannkraft Ventildamper.

4.2 Simulationsprogramm „VENTIL“

Als Simulationsprogramm stand das IAV Programm „VENTIL“ zur Verfügung. In diesem Programm können für den Ventiltrieb spezifische Kennlinien für verschiedene Drehzahlen erstellt werden. Zudem können durch Variation verschiedener Parameter innerhalb des Programmes realitätsnahe theoretische Ventiltriebe simuliert werden.

Die zu untersuchenden Ergebnisse der Simulation sind die Federkraft- und die Beschleunigungskurve auf die unterschiedliche Parameter einen Einfluss haben. In der späteren Optimierung gehen für die Simulationen folgende Parameter ein (siehe Tab. 4.1 und 4.2).

Für die Anpassung der Federkraftkurve:

- Vorspannkraft der Feder	- G-Modul der Ventilfeeder
- Dichte der Feder	- Ventilfeederdämpfung
- Federdrahtquerschnitt horizontal	- Federdrahtquerschnitt vertikal
- Inaktive Windungen am Anfang	- Inaktive Windungen am Ende

Tab. 4.1: Parameterliste Federkraftkurve

Für die Anpassung der Beschleunigungskurve:

- Ventilsitzdämpfung	- Ventilsitzsteifigkeit
- Ventilschaftdämpfung	- Ventilschaftsteifigkeit
- Biegedämpfung der Nockenwelle	- Biegesteifigkeit der Nockenwelle
- Dämpfung Nocken-Hebel	- Steifigkeit Nocken-Hebel
- Dämpfung Hebel-Ventil	- Steifigkeit Hebel-Ventil

Tab. 4.2: Parameterliste Beschleunigungskurve

4.3 Optimierungsprogramm „UNO“

Für die Optimierung wird das IAV-interne Programm UNO verwendet: die Universelle Multikriterielle Optimierung. In diesem Programm sind verschiedene Optimierungsverfahren implementiert. Neben deterministischen Verfahren, wie „Nelder-Mead“, sind auch naturanaloge heuristische Verfahren, wie der „Ordinary Genetic Algorithm“ oder die „Particle Swarm Optimization“ eingebettet.

Für den hier vorgenommenen Abgleich wurde der Ordinary Genetic Algorithm gewählt. Andere Optimierungsverfahren für den automatisierten Abgleich werden in dieser Arbeit nicht näher untersucht.

4.4 Bearbeitung des Treiber

Um den Abgleich durchführen zu können, mussten die beiden oben beschriebenen Programme über eine Schnittstelle (Treiber) verbunden werden. Wie in 1.3 angedeutet existierte dieser Treiber bereits in der Engineering-Toolbox. Abbildung 4.3 soll zunächst noch einmal schematisch den Ablauf darstellen.

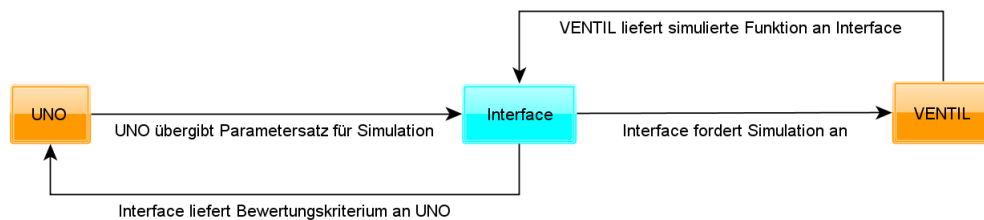


Abb. 4.3: Schematischer Ablauf der Zusammenarbeit

Nun ergab sich die Aufgabe die noch fehlenden Integraltransformationen in die IAV Klassenbibliothek einzupflegen. Für die Fenster-Fouriertransformation werden einerseits Zugriffe auf die Klasse Fouriertransformation (CFourier) benötigt, andererseits werden noch weitere Klassen der einzelnen Fensterfunktionen (siehe AnhangA) implementiert. Der Ablauf der Fenster-Fouriertransformation im Programm ist in Abbildung 4.4 schematisch dargestellt.

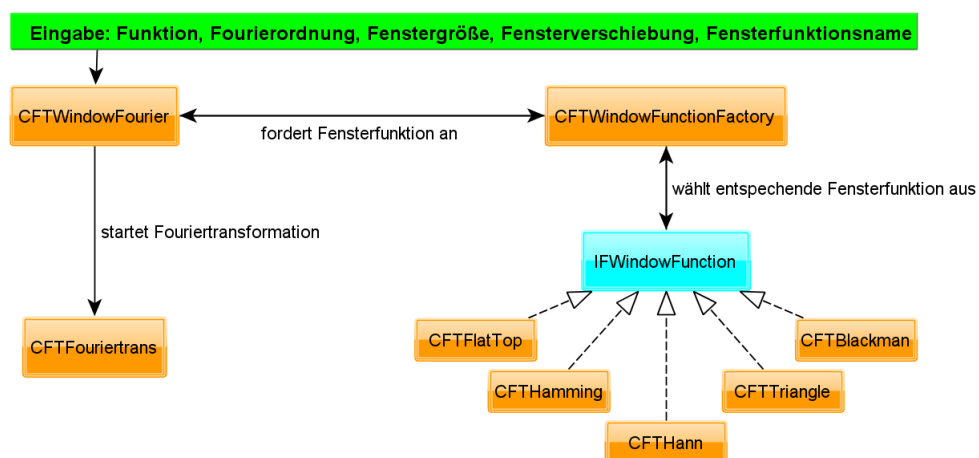


Abb. 4.4: Schematischer Ablauf der Fenster-Fouriertransformation

Für die Wavelettransformation werden einige neue Klassen erstellt und der Ablauf neu strukturiert:

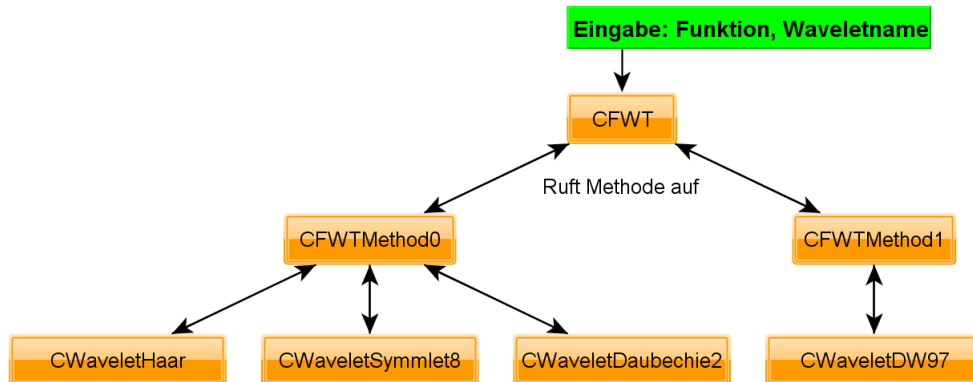


Abb. 4.5: Schematischer Ablauf der Wavelettransformation

Nun stehen alle Klassen zur Implementierung der Bewertungskriterien bereit.

Für die anschließende Implementierung der Bewertungskriterien werden einerseits bereits vorhandene Methoden weiter benutzt und andererseits neue Methoden erstellt. Für das Transformieren der Messdaten werden Methoden erstellt, welche die verschiedenen Integraltransformationen aufrufen und die entsprechenden Koeffizienten speichern. Für die Simulationsdaten wird eine bereits vorhandene Methode so angepasst, dass die entsprechende Integraltransformation aufgerufen wird und die Koeffizienten gespeichert werden. In dieser Methode wird anschließend die Berechnung des Bewertungskriteriums durchgeführt und der Wert an UNO übergeben. Für die unterschiedlichen Bewertungskriterien muss jeweils vor einer Optimierung der Quelltext geändert werden, d.h. eine externe Eingabe vom Benutzer ist nicht vorgesehen.

4.5 RQS-File

Zu Beginn des Abgleichs sind einige Daten zu übergeben um die gewünschte Optimierung durchführen zu können. Zunächst muss angegeben werden, welche Funktion abgeglichen werden soll. Weiter ist die Information über die zu benutzende Integraltransformation und die entsprechenden Größen für diese notwendig.

Daraus ergeben sich einige Möglichkeiten des Abgleiches. Um eine übersichtliche Eingabe in der graphischen Oberfläche zu gewährleisten, wird in der Oberfläche ein RQS-File eingelesen. In diesem File ist eine Verfahrensparameterliste vermerkt, welche die benötigten Informationen bereitstellt. Dieses RQS-File wird zuvor vom Benutzer mit den gewünschten Parametern beschrieben. Tabelle 4.3 zeigt dabei den Aufbau dieses RQS-Files.

function	= „Funktionsname in VENTIL“
transformation	= „Transformation“
wavelet	= „Art des Wavelets“
waveletorders	= „Anzahl der Waveletkoeffizienten die im Bewertungskriterium berücksichtigt werden sollen“
fourierorders	= „Anzahl der Fourierkoeffizienten mit der transformiert werden soll“
windowfunktion	= „Fensterfunktion für Fenster-Fouriertransformation“
windowfourierorders	= „Anzahl der Fenster-Fourierkoeffizienten mit der transformiert werden soll“
windowsize	= „Fenstergröße“
windowshift	= „Fensterverschiebung“

Tab. 4.3: Parameterliste RQS-File

Soll beispielsweise die Federkraftfunktion optimiert werden und für das Bewertungskriterium die Fouriertransformation mit 30 Fourierkoeffizienten gewählt werden, so sieht das RQS-File wie folgt (Tab. 4.4) aus.

function	=	FF1FSP
transformation	=	Fourier
wavelet	=	
waveletorders	=	
fourierorders	=	30
windowfunktion	=	
windowsize	=	
windowshift	=	

Tab. 4.4: Beispiel Parameterliste RQS-File

4.6 Modellabgleich

Die unter Abschnitt 3 erarbeitete Methodik wird nun hier auf Funktionen der Federkraft- sowie der Beschleunigung angewendet. Es liegen Messungen für beide Funktionen mit 6 unterschiedlichen Drehzahlen vor. Im besten Fall soll ein Modellabgleich mit allen Drehzahlen einer Funktion durchgeführt werden, welcher einen Parametersatz liefert, der alle Funktionen gleichermaßen gut annähert.

Für den automatischen Modellabgleich wird zunächst die Optimierung an der Federkraftfunktion durchgeführt, da sich dies bereits bei dem manuellen Abgleich als sinnvoller erwiesen hat. Die Parameter der besten Lösung für die Federkraftfunktion werden dann bei der Optimierung der Beschleunigungsfunktion im Modell für die Simulation vorgegeben.

Der Abgleich wird mit der Optimierung einer Drehzahl begonnen.

4.6.1 Abgleich der Federkraftfunktion (Auslass 5000 rpm)

Ein erster Abgleich der Federkraftfunktion erfolgt mit der Fouriertransformation und 30 Fourierkoeffizienten und dem Bewertungskriterium B_1 . In Abbildung 4.6 ist dazu die Messung und die Simulation graphisch dargestellt.

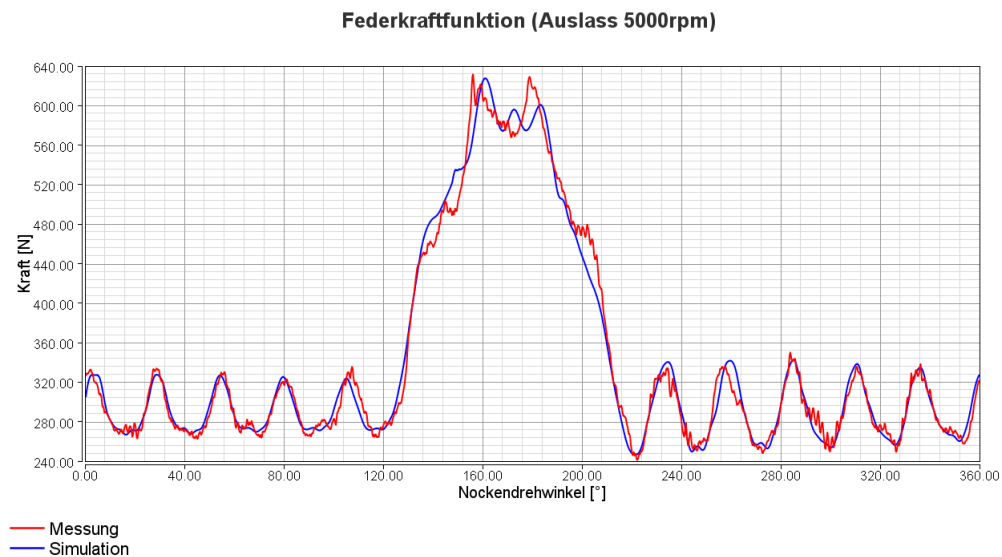


Abb. 4.6: 1. Optimierung der Federkraftfunktion mit 30 Fourierkoeffizienten

Vorspannkraft Feder	289,7
G-Modul der Ventolfeder	78357
Dichte Feder	7,968
Ventolfederdämpfung	0,0819
Federdrahtquerschnitt horizontal	3,7851
Federdrahtquerschnitt vertikal	3,2435
Inaktive Windungen Anfang	0,8023
Inaktive Windungen Ende	0,2574

Tab. 4.5: Parameterliste Federkraftfunktion mit 30 Fourierkoeffizienten

Der Parametersatz dieser Simulation ist der Tabelle 4.5 zu entnehmen. Neben dieser Optimierung der Federkraftfunktion wird ein weiterer Abgleich mit 100 Fourierkoeffizienten durchgeführt (siehe Abb. 4.7 und Tab. 4.6).

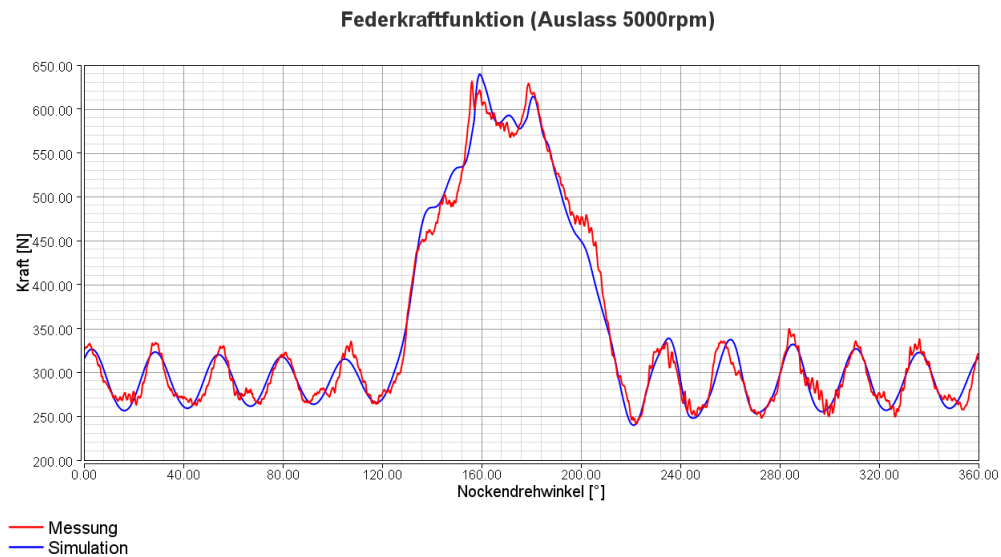


Abb. 4.7: 2. Optimierung der Federkraftfunktion mit 100 Fourierkoeffizienten

Vorspannkraft Feder	289,43
G-Modul der Ventulfeder	75953
Dichte Feder	8,0637
Ventulfederdämpfung	0,2706
Federdrahtquerschnitt horizontal	3,5768
Federdrahtquerschnitt vertikal	3,501
Inaktive Windungen Anfang	1,2255
Inaktive Windungen Ende	0,33671

Tab. 4.6: Parameterliste Federkraftfunktion mit 100 Fourierkoeffizienten

Dabei war auffällig, dass ähnlich guten Näherungen verschiedene Parametersätze zugrunde liegen. Dies bedeutet einerseits für die Optimierung das mehrdeutige Lösungen existieren. Andererseits bedeutet dies aus technischer Sicht, dass einige Parameter voneinander abhängig sind. Diese Parameterabhängigkeiten werden in dieser Arbeit nicht näher untersucht. Jedoch wurden verschiedene Optimierungen mit 30 Fourierkoeffizienten durchgeführt und die entsprechenden Parameterlisten als Vergleich im Anhang B angefügt.

4.6.2 Abgleich der Federkraftfunktionen (Auslass 5000, 6000, 6590 und 7000 rpm)

Nun wird der Abgleich für vier Drehzahlen durchgeführt. Die Optimierung mit der Fouriertransformation liefert für mehrere Drehzahlen keine befriedigenden Ergebnisse. Daher wird die Wavelettransformation mit dem Wavelet DW97 und 1600 zu vergleichenden Koeffizienten gewählt, auch weil sich diese Integraltransformation in Abschnitt 3.5

bereits als sinnvoller erwies. In der folgenden Abbildung 4.14 sind die Ergebnisse graphisch dargestellt.

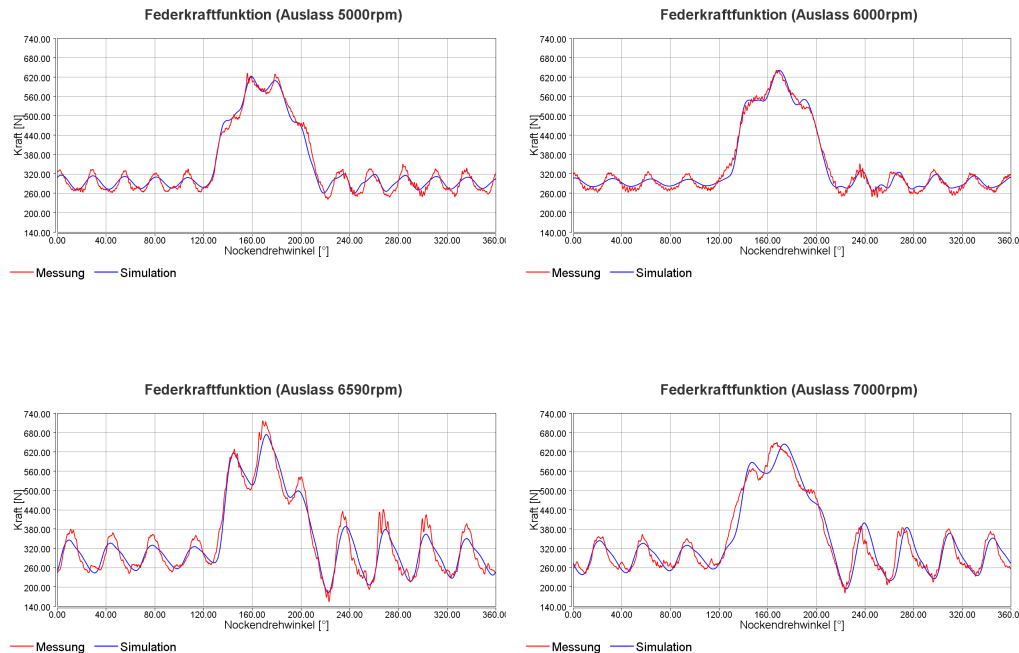


Abb. 4.8: Optimierung der Federkraftfunktion für 4 Drehzahlen mittels Wavelettransformation

Vorspannkraft Feder	292,7
G-Modul der Ventalfeder	78986
Dichte Feder	7,199
Ventilfederdämpfung	0,289
Federdrahtquerschnitt horizontal	4,079
Federdrahtquerschnitt vertikal	2,894
Inaktive Windungen Anfang	0,492
Inaktive Windungen Ende	0,605

Tab. 4.7: Parameterliste Federkraftfunktion mit 1600 Waveletkoeffizienten

Für Optimierungen mit mehr als 4 Drehzahlen ergeben sich keine sinnvollen Ergebnisse mehr. Der Parametersatz aus Tabelle 4.7 wird für die anschließende Optimierung der Beschleunigungsfunktion übernommen.

4.6.3 Abgleich der Beschleunigungsfunktion (Auslass 5000 rpm)

Bei einer ersten Optimierung über die Wavelettransformation mit dem Wavelet DW97 und 1600 Waveletkoeffizienten unter Benutzung des Bewertungskriteriums B_1 ergab sich als Ergebnis die folgende Simulation (Abb. 4.9) als Optimum.

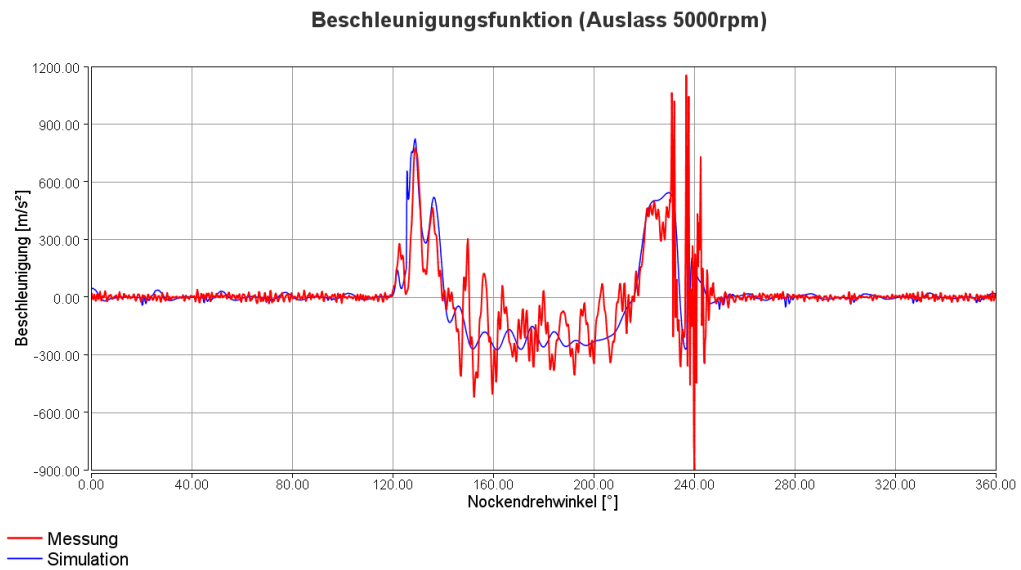


Abb. 4.9: 1. Optimierung der Beschleunigungsfunktion mittels Wavelettransformation

Hierbei ist zu sehen, dass der Bereich zwischen 140° bis 220° von der Simulation nur schlecht widergespiegelt wird. Dies liegt an der schon in Abschnitt 3.6 angesprochenen starken Lokalisierung der Wavelettransformation. Weiterhin ist eine zu starke Wichtung der Koeffizienten durch das Bewertungskriterium B_1 ausschlaggebend für diese Näherung. Auch in einer zweiten Optimierung ergab die folgende Simulationsfunktion (Abb. 4.10) ein ähnliches Ergebnis.

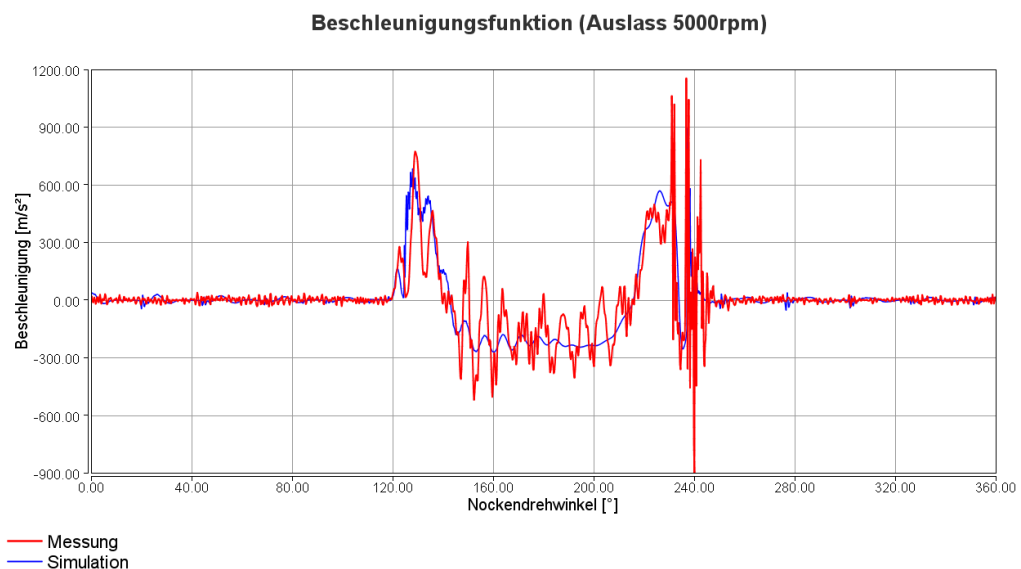


Abb. 4.10: 2. Optimierung der Beschleunigungsfunktion mittels Wavelettransformation

Dazu wird nun die Optimierung der in Abschnitt 3.6 angesprochenen selbst erstellten phasenverschobenen Referenzfunktion \hat{f} mit der Fenster-Fouriertransformation und

dem Bewertungskriterium B_2 durchgeführt (siehe 4.11).

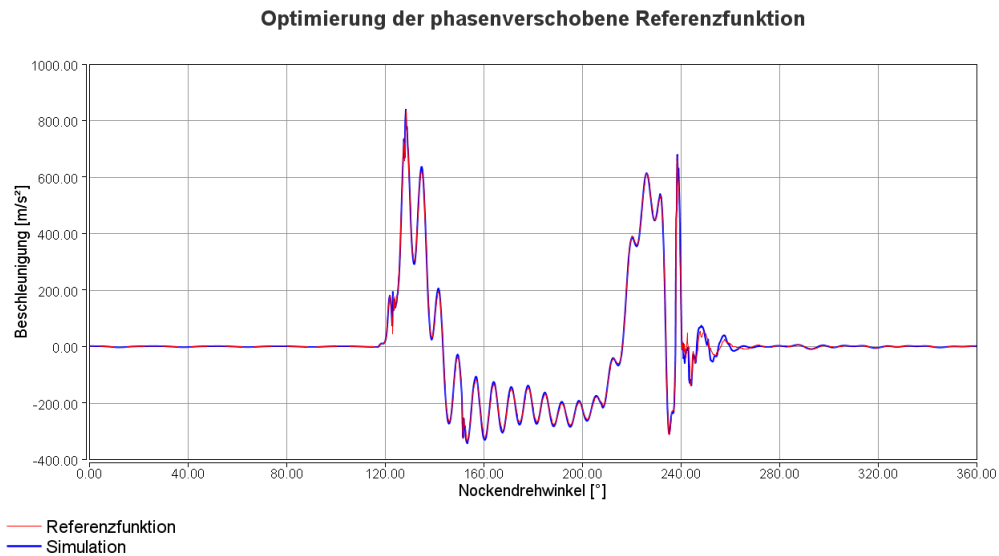


Abb. 4.11: Optimierung der phasenverschobenen Referenzfunktion

Hierbei ist zu sehen, dass das Optimierungsprogramm die Referenzfunktion f herstellt und nicht versucht die Phasenverschiebung der Vergleichsfunktion \hat{f} zu simulieren. Somit zeigt dieses Beispiel, dass die Fenster-Fouriertransformation diese Problematik besser lösen kann als die Wavelettransformation. Dies kann nun auf die Messung der Beschleunigungsfunktion angewendet werden.

Für die weitere Optimierung der Beschleunigungsfunktion wird nun die Fenster-Fouriertransformation und das Bewertungskriterium B_2 verwendet. Bei der dritten Optimierung wurde mit 200 Fourierkoeffizienten, einer Fensterbreite von 30° und einer Fensterverschiebung von 10° gearbeitet. Die Fensterbreite von 30° hat sich für die Beschleunigungsfunktion als sinnvoll erwiesen.

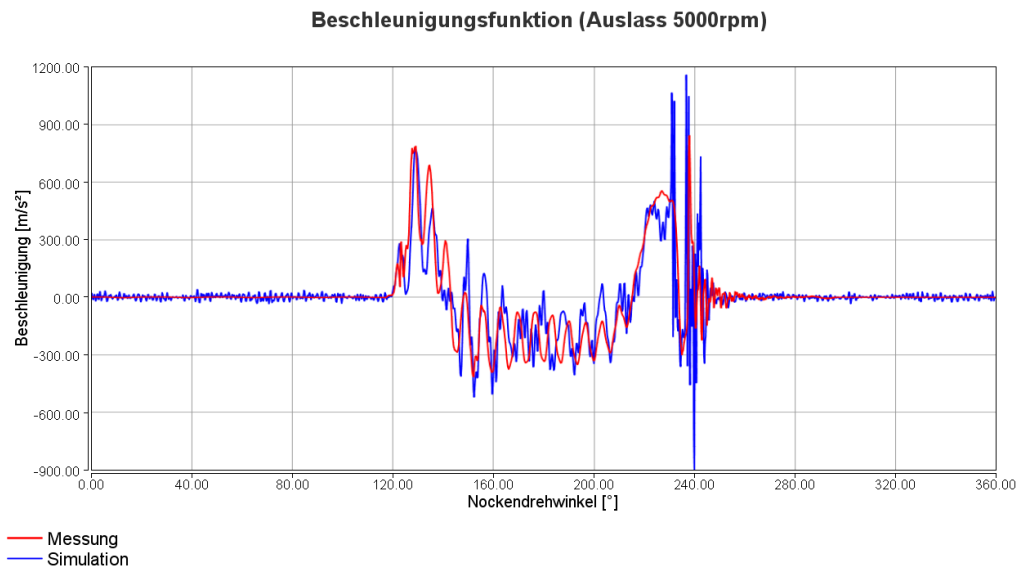


Abb. 4.12: 3. Optimierung der Beschleunigungsfunktion mittels Fenster-Fouriertransformation

Für die vierte Optimierung wird eine noch geringere Fensterverschiebung von 5° gewählt. Die anderen Verfahrensparameter werden beibehalten.

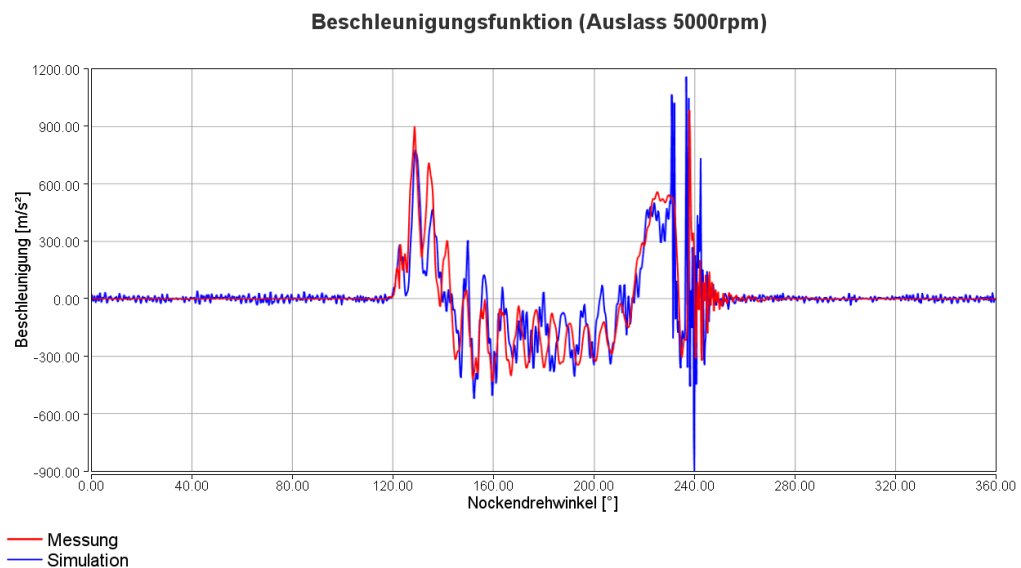


Abb. 4.13: 4. Optimierung der Beschleunigungsfunktion mittels Fenster-Fouriertransformation

Aus den beiden Optimierungen (Abb. 4.12 und Abb. 4.13) geht hervor, dass die Fenster-Fouriertransformation mit dem Bewertungskriterium B_2 bessere Ergebnisse liefert.

4.6.4 Abgleich der Beschleunigungsfunktionen (Auslass 5000, 6000 rpm)

Hier wird nun ein Modellabgleich mit 2 Drehzahlen für die Beschleunigungsfunktion betrachtet. Es werden die gleichen Verfahrensparameter wie in der vierten Optimierung für 5000 rpm gewählt.

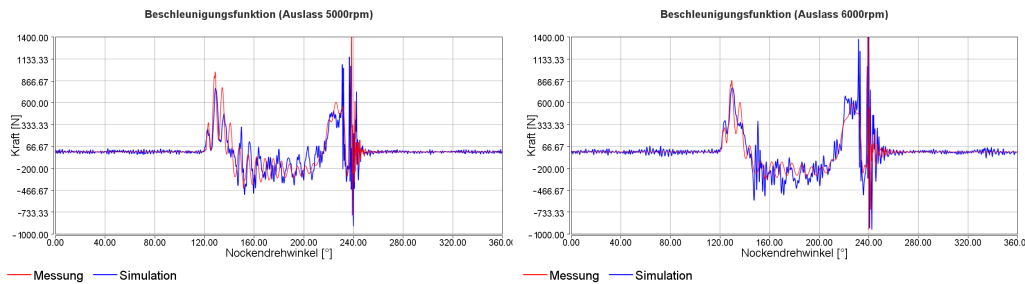


Abb. 4.14: Optimierung der Federkraftfunktion für 4 Drehzahlen mittels Wavelettransformation

Hierbei ist zu sehen, dass die Beschleunigungsfunktion (Auslass 5000 rpm) nicht mehr so gut genähert wird, wie noch in der vierten Optimierung für nur eine Drehzahl. Dieses Verhalten lässt sich auf die Optimierung für noch mehr Drehzahlen übertragen. Diese Optimierungen liefern keine brauchbaren Ergebnisse mehr.

4.7 Auswertung

Federkraftfunktion

Für die Federkraftfunktion ist festzustellen, dass für die Optimierung einer Drehzahl (eine Zielfunktion) die Fouriertransformation mit dem Bewertungskriterium B_1 eine ausreichend gute Näherung liefert. Bei mehreren Drehzahlen jedoch ist die Wavelettransformation, bei einer vorherigen Phasenabstimmung der Simulation auf die Messung, die bessere Wahl. Das Bewertungskriterium B_1 kann in beiden Fällen genutzt werden, da die Koeffizienten der Integraltransformationen für die Federkraftfunktion verhältnismäßig klein sind und so keine großen Differenzen entstehen. Die Optimierung für alle 6 Drehzahlen konnte in diesem Beispiel nicht realisiert werden. Dies kann verschiedene Ursachen haben. Zum einen können innerhalb des Simulationsmodells bei verschiedenen Drehzahlen die Eigenfrequenzen der simulierten Funktionen getroffen werden. Dies hätte zur Folge, dass das eigentliche Verhalten der simulierten Funktion nicht nachgebildet werden kann. Zum anderen können Messungenauigkeiten dafür verantwortlich sein, dass das Simulationsprogramm die entsprechenden Messungen nicht genau simulieren kann und somit die ganze Optimierung stören.

Beschleunigungsfunktion

Für die Beschleunigungsfunktion mit ihrer komplizierten Gestalt ergab die Optimierung für eine Drehzahl (eine Zielfunktion) mit der Wavelettransformation kein zufriedenstellendes Ergebnis. Die Frequenz zwischen 140° bis 220° wurde sehr schlecht angenähert. Dies kann darauf zurückgeführt werden, dass dieser Frequenzbestandteil in Messung und Simulation nicht übereinander liegt. Es liegt also eine Phasenverschiebung vor. Eine solche Phasenverschiebung wird von der Wavelettransformation erkannt und geht somit stark in das Bewertungskriterium ein. Im Gegensatz dazu ist die Fenster-Fouriertransformation unempfindlich gegenüber einer Phasenverschiebung und zeigt bei der Optimierung (siehe Abb. 4.11) einer selbst erstellten phasenverschobenen Funktion, dass trotz dieser Verschiebung in der Vergleichsfunktion die eigentliche Phase simuliert wird. Auch bei den Optimierungen der Beschleunigungsfunktionen ist ersichtlich, dass die Fenster-Fouriertransformation bessere Ergebnisse liefert als die Wavelettransformation.

Für die Optimierung von 2 Drehzahlen liefert die Methodik am Beispiel der Beschleunigungsfunktion weiterhin brauchbare Ergebnisse. Jedoch für mehrere Drehzahlen kann ein sinnvoller Abgleich nicht mehr realisiert werden. Dies kann auf die gleichen Ursachen wie bei der Federkraftfunktion zurückgeführt werden.

Zu den Bewertungskriterien ist zu sagen, dass bei der Beschleunigungsfunktion mit hohen Schwankungen in den Datenpunkten ein Bewertungskriterium gewählt werden sollte, welches eine geringere Wichtung der einzelnen Differenzen vornimmt. B_2 hat sich hier als sinnvoll erwiesen.

5 Ausblick

Für die Weiterentwicklung der Methodik aus dieser Arbeit sind verschiedene Punkte zu betrachten. In der vorliegenden Arbeit wurde für die Optimierungen ausschließlich der Ordinary Genetic Algorithm verwendet. In weiteren Untersuchungen könnten andere Optimierungsverfahren getestet werden, welche sich unter Umständen besser für die Aufgabe eignen. Speziell für das getestete Beispiel des Ventiltriebes, sollte das Verfahren überdacht werden, da bei dem Abgleich Fragen zu Abhängigkeiten in den Optimierungsparametern aufgetreten sind und der, in der IAV-Programmbibliothek implementierte, Ordinary Genetic Algorithm von der Unabhängigkeit dieser Parameter ausgeht. Des Weiteren ist eine Untersuchung der genauen Parameterabhängigkeiten innerhalb des Ventiltriebssimulationsprogrammes „VENTIL“ denkbar.

Anhang A: Fensterfunktionen

1. $w(t_n)$ ist innerhalb des Fensters 1, außerhalb 0 (Rechteck-Fenster)
 2. $w(t_n) = 1 - \left| \frac{2t_n}{b} \right|$ (Bartlett-Fenster[Dreieck-Fenster])
 3. $w(t_n) = 0,54 + 0,46 \cos\left(\frac{2\pi t_n}{b}\right)$ (Hamming-Fenster)
 4. $w(t_n) = \frac{1}{2} \left[1 + \cos\left(\frac{2\pi t_n}{b}\right) \right]$ (von-Hann-Fenster)
 5. $w(t_n) = 0,42 + 0,5 \cos\left(\frac{2\pi t_n}{b}\right) + 0,08 \cos\left(\frac{4\pi t_n}{b}\right)$ (Blackman-Fenster)
 6. $w(t_n) = \frac{1 - 1,93 \cos\left(\frac{2\pi t_n}{b}\right) + 1,29 \cos\left(\frac{4\pi t_n}{b}\right) - 0,388 \cos\left(\frac{8\pi t_n}{b}\right) + 0,0322 \cos\left(\frac{12\pi t_n}{b}\right)}{4,6402}$ (Flatop-Fenster)
- $b \hat{=}$ Fensterbreite, $t_n \hat{=}$ Index des Eingangssignals

Anhang B: Parameterlisten für Optimierung der Federkraftfunktion

Bewertungskriterium B_1	5,1274	6,2327	7,023	4.9077
Vorspannkraft Feder	289,7	290,25	290,16	289.58
G-Modul der Ventilfeeder	78357	75980	80800	76065
Dichte Feder	7,968	7,9293	7,8601	8.0628
Ventilfederdämpfung	0,08187	0,15319	0,29989	0.0642
Federdrahtquerschnitt horizontal	3,7851	3,5401	3,6906	3.728
Federdrahtquerschnitt vertikal	3,2435	3,4106	3,2456	3.3208
Inaktive Windungen Anfang	0,80232	0,37893	1,1938	0.8947
Inaktive Windungen Ende	0,25743	0,022538	0,19403	0.27702

Tab. B.1: Parameterliste verschiedener Simulationen mit 30 Fourierkoeffizienten

Literaturverzeichnis

- [Bernert 2010] BERNERT, Cordula: *Funktionalanalysis* / Hochschule Mittweida. 2010. – Vorlesungsskript
- [Bernert 2011] BERNERT, Cordula: *Scientific Computing* / Hochschule Mittweida. 2011. – Vorlesungsskript
- [Blatter 2003] BLATTER, Christian: *Wavelets - Eine Einführung*. Vieweg Verlag, 2003
- [Esser 2001] ESSER, Christoph: *Wavelet Transformation von Standbildern*, Studienarbeit, Universität Mannheim, 2001
- [Forster und Wehler 2000] FORSTER, Otto ; WEHLER, Joachim: *Fourier-Transformation und Wavelets* / LMU München. 2000. – Vorlesungsskript
- [Heuser 2006] HEUSER, Harro: *Funktionalanalysis Theorie und Anwendung*. Teubner Verlag, 4.Auflage, November 2006
- [Köhler und Flierl 2006] KÖHLER, Eduard ; FLIERL, Rudolf: *Verbrennungsmotoren*. Vieweg Verlag, 4. Auflage, September 2006
- [Kux 2011] KUX, Steffen: *Hybride Optimierungsstrategien für komplexe technische Aufgabenstellungen*, Masterarbeit, Hochschule Mittweida, 2011
- [Schmidt 1997] SCHMIDT, Jochen: *Wavelet-Bildkompression Entwurf, Realisierung und Vergleich von Methoden der Bildcodierung und -decodierung*, Diplomarbeit, Georg-Simon-Ohm Hochschule, 1997

Erklärung

Hiermit erkläre ich, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig und nur unter Verwendung der angegebenen Literatur und Hilfsmittel angefertigt habe.

Stellen, die wörtlich oder sinngemäß aus Quellen entnommen wurden, sind als solche kenntlich gemacht.

Diese Arbeit wurde in gleicher oder ähnlicher Form noch keiner anderen Prüfungsbehörde vorgelegt.

Mittweida, 14.9.2011